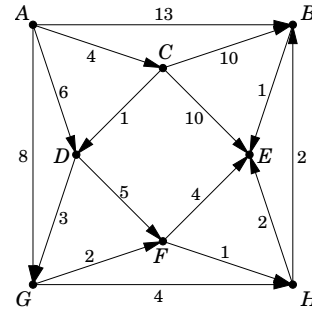
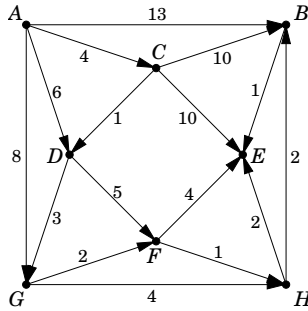


1. a) Hajtsuk végre az alább (két azonos példányban) látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását az  $A$ , illetve a  $G$  csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

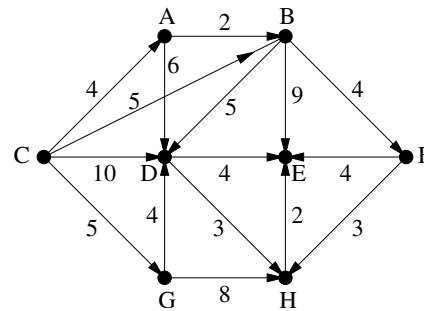
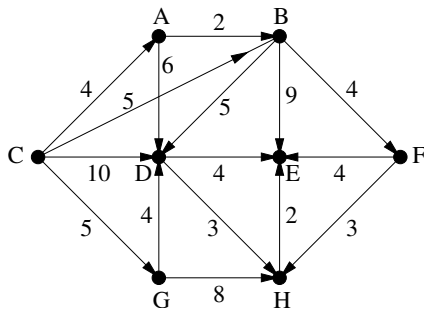
c) Számítsuk ki az  $A$  csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leghosszabb utak hosszát.



2. a) Hajtsuk végre az alább (két azonos példányban) látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását a  $C$ , illetve a  $G$  csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

c) Számítsuk ki a  $C$  csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leghosszabb utak hosszát.



3. A 6 pontú  $G$  egyszerű, irányítatlan, összefüggő gráf csúcsait jelölje  $x, y, z, u, v, w$ . A gráf egy mélységi bejárásánál a  $d(v)$  mélységi, illetve az  $f(v)$  befejezési számok láthatók jobbra.

a) Adjuk meg a bejáráshoz tartozó DFS-fa éleit.

b) Legalább, illetve legfeljebb hány éle lehet  $G$ -nek?

$v$	$x$	$y$	$z$	$u$	$v$	$w$
$d(v)$	1	2	6	3	4	5
$f(v)$	6	4	5	3	1	2

4. Legyen  $G$  egy irányítatlan, összefüggő gráf. Igaz-e, hogy

- $G$  minden  $f$  éléhez van  $G$ -nek olyan mélységi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben  $f$  faél?
- $G$  minden  $f$  éléhez van  $G$ -nek olyan szélességi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben  $f$  faél?
- $G$  minden  $f$  éléhez van  $G$ -nek olyan mélységi bejárása minden csúcsból, amelyben  $f$  faél?
- $G$  minden  $f$  éléhez van  $G$ -nek olyan szélességi bejárása minden csúcsból, amelyben  $f$  faél?
- $G$  minden  $F$  feszítőfájához van  $G$ -nek olyan mélységi bejárása, amelyben  $F$  minden éle faél?
- $G$  minden  $F$  feszítőfájához van  $G$ -nek olyan szélességi bejárása, amelyben  $F$  minden éle faél?

5. Adott egy  $n \times n$  pixelből álló fekete-fehér kép. Szeretnénk a képen a bal felső saroktól a jobb alsó sarokig egy jobbra-lefelé haladó határvonalat húzni úgy, hogy a vonaltól jobbra-felfelé eső fekete, valamint a vonaltól balra-lefelé eső fehér pixelek számának összege a lehető legkisebb legyen. (A vonal mindenütt a pixelek között fut.) Adjunk a feladatra legfeljebb  $n^2$ -tel arányos lépésszámú algoritmust. (Figyelem: ez a feladat majdnem azonos a TIZENKETTEDIK GYAKORLAT 8. feladatával. A különbség a keresett algoritmus lépésszámában van: szemben az akkori  $n^4$ -nel arányos lépésszámmal most egy jóval hatékonyabb,  $n^2$ -tel arányos lépésszámú algoritmust keresünk ugyanerre a problémára.)

6. Legyen  $G$  egy irányítatlan, összefüggő, 10 csúcsú, 10 élű gráf. Mutassuk meg, hogy  $G$  bármely feszítőfája előáll  $G$  egy (alkalmas csúcsból indított mélységi kereséshez tartozó) DFS-fájaként.

7. Mutassuk meg, hogy minden hurokmentes irányított gráf élhalmaza felbontható két diszjunkt részre úgy, hogy egyik sem tartalmaz irányított kört.