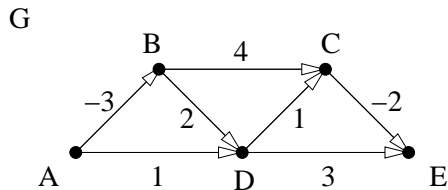


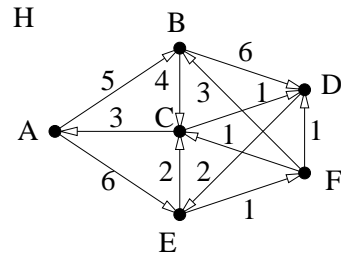
1. Határozzuk meg az A pontból a többi pontba vezető legrövidebb utakat az alábbi G gráfban a Ford-algoritmus segítségével.



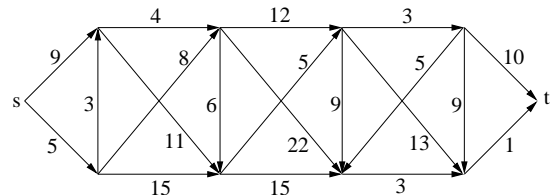
2. a) Határozzuk meg az A csúcsból a többibe vezető legrövidebb utak hosszát az alább látható H gráfban a Dijkstra-algoritmus segítségével.

b) Valamely él súlyát 1-gyel csökkentjük. Mely élek esetében nem változnak meg ezzel az A -tól mért távolságok?

c) Vegyük hozzá a gráfhoz a (B, E) élet. Milyen $c(B, E) \geq 0$ súlyok esetén változnának meg ezzel a legrövidebb utak hosszai?



3. Határozzuk meg az s csúcsból a t -be vezető legrövidebb utakat a jobbra látható gráfban a Dijkstra-algoritmus segítségével.



4. A 2. feladat H grájában változtassuk a C -ből A -ba menő él súlyát 3-ról -3 -ra. Alkalmazhatjuk-e ekkor a Ford-algortmust a B -ből a többi csúcsba vezető legrövidebb utak megtalálására? Ha igen, hajtsuk is végre az algortmust.

5. Adjuk meg az összes olyan minimális élszámú irányított gráfot (élsúlyokkal együtt), amely(ek)re a jobb oldali táblázat a Dijkstra-algortmusban szereplő $t(v)$ (v aktuális távolsága v_1 -től) tömb változásait mutathatja. Adjuk meg a legrövidebb utakat tartalmazó $m(v)$ (v -t megelőző csúcs) tömb állapotait is.

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
$t(v_1)$	0	2	6	*	*	7
$t(v_2)$	0	2	5	9	*	6
$t(v_3)$	0	2	5	6	9	6
$t(v_4)$	0	2	5	6	8	6
$t(v_5)$	0	2	5	6	7	6

6. Nyári utazásunkra valutát akarunk váltani. A pénzváltó n különböző valutával foglalkozik, a j . fajta 1 egységéért r_{ij} -t kell fizetni az i . pénznemben. (Pl. ha a j . a dollár, az i . a forint, akkor $r_{ij} = 275$ lehet.) Az r_{ij} tömb felhasználásával adjunk n^3 -bel arányos lépésszámú algortmust, amely minden valutapárra meghatározza, hogy mi az elérhető legjobb átváltási arány, ha feltesszük, hogy az átváltásokért nem számolnak fel külön költséget. (Az i . valutáról a j -re való átváltás történhet több lépcsőben is.)

7. A 2. feladat H grájában változtassuk az összes 1 súlyú él súlyát -1 -re.

a) Alkalmazzuk a Ford-algortmust az A -ból a többi csúcsba vezető legrövidebb utak megtalálására.

b) Határozzuk meg minden lehetséges (x, y) pontpárra az x -ből y -ba vezető legrövidebb út hosszát a Floyd-algortmus segítségével.

8. A G irányított gráf élei között van egy negatív súlyú él, a többi él súlya pozitív. A gráfban nincs negatív súlyú kör. Adjunk n^2 -tel arányos lépésszámú algortmust az $s \in V(G)$ pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására.

9. Adott egy $n \times n$ pixelből álló fekete-fehér kép. Szeretnénk a képen a bal felső saroktól a jobb alsó sarokig egy jobbra-lefelé haladó határvonalat húzni úgy, hogy a vonaltól jobbra-felfelé eső fekete, valamint a vonaltól balra-lefelé eső fehér pixelek számának összege a lehető legkisebb legyen. (A vonal mindenütt a pixelek között fut.) Adjunk a feladatra legfeljebb n^4 -nel arányos lépésszámú algortmust.