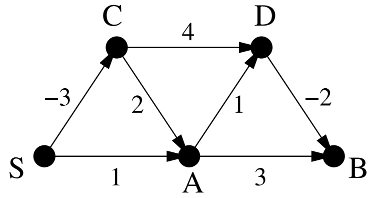
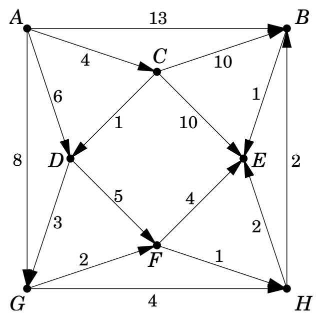
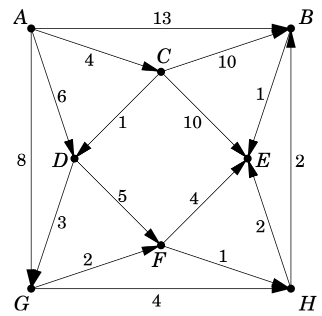


1. Határozzuk meg a Ford-algoritmus segítségével a jobbra látható gráfban az S pontból a többi pontba vezető legrövidebb utak hosszát és adjunk meg egy S-ből B-be vezető legrövidebb utat. Az algoritmus futtatásakor az éleket ábécé szerint növekvően sorszámozzuk: $A \to B$, $A \to D$, $\ldots$, $S \to C$.

2. a) Hajtsuk végre az alább (két azonos példányban) látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását az A, illetve a G csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.
  b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.
  c) Számítsuk ki az A csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leghosszabb utak hosszát.

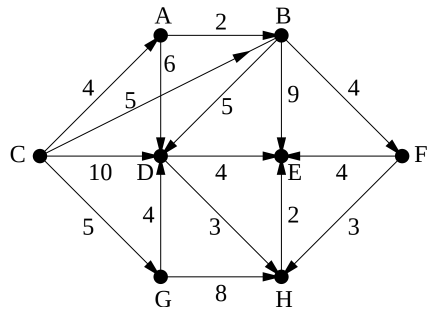


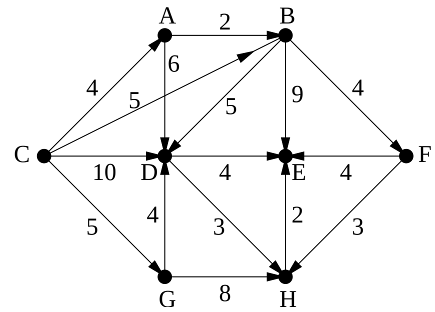


---

3. Vegyük hozzá az **1**. feladat gráfjához a $B \to S$ élet 2 súllyal. Alkalmazhatjuk-e ekkor a Ford-algoritmust a C-ből a többi csúcsba vezető legrövidebb utak megtalálására? Ha igen, hajtsuk is végre az algoritmust és adjunk meg egy C-ből S-be vezető legrövidebb utat. Az algoritmus futtatásakor az éleket ábécé szerint növekvően sorszámozzuk: $A \to B$, $A \to D$,$\ldots$, $S \to C$.

4. a) Hajtsuk végre az alább (két azonos példányban) látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását a C, illetve a G csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.
  b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.
  c) Számítsuk ki a C csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leghosszabb utak hosszát.





5. A 6 pontú G egyszerű, irányítatlan, összefüggő gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w. A gráf egy mélységi bejárásánál a $d(v)$ mélységi, illetve az $f(v)$ befejezési számok láthatók jobbra.
  a) Adjuk meg a bejáráshoz tartozó DFS-fa éleit.
  b) Legalább, illetve legföljebb hány éle lehet G-nek?

v	x	y	z	u	v	w
$d(v)$	1	2	6	3	4	5
$f(v)$	6	4	5	3	1	2

6. Legyen G egy irányítatlan, összefüggő gráf. Igaz-e, hogy
  a) G minden f éléhez van G-nek olyan mélységi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben f faél?
  b) G minden f éléhez van G-nek olyan szélességi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben f faél?
  c) G minden f éléhez van G-nek olyan mélységi bejárása minden csúcsból, amelyben f faél?
  d) G minden f éléhez van G-nek olyan szélességi bejárása minden csúcsból, amelyben f faél?
  e) G minden F feszítőfájához van G-nek olyan mélységi bejárása, amelyben F minden éle faél?
  f) G minden F feszítőfájához van G-nek olyan szélességi bejárása, amelyben F minden éle faél?

7. A **3**. feladat gráfjában határozzuk meg minden lehetséges (u, v) csúcspárra az u-ból v-be vezető legrövidebb út hosszát a Floyd-algoritmus segítségével. Az algoritmus futtatásakor a csúcsokat ábécé szerinti növekvő sorrendben sorszámozzuk.

8. Legyen G egy irányítatlan, összefüggő, 10 csúcsú, 10 élű gráf. Mutassuk meg, hogy G bármely feszítőfája előáll G egy (alkalmas csúcsból indított mélységi kereséshez tartozó) DFS-fájaként.

9. Mutassuk meg, hogy minden hurokmentes irányított gráf élhalmaza felbontható két diszjunkt részre úgy, hogy egyik sem tartalmaz irányított kört.