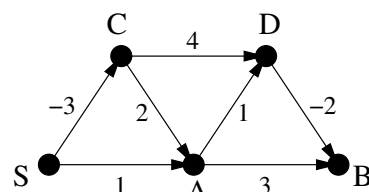
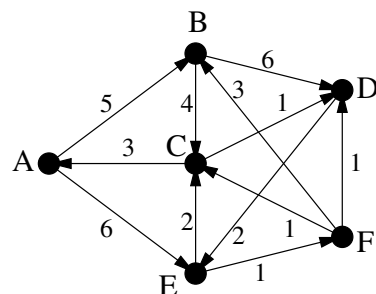


1. Határozzuk meg a Bellman-Ford-algoritmus segítségével a jobbra látható gráfban az S pontból a többi pontba vezető legrövidebb utak hosszát és adjunk meg egy S -ből B -be vezető legrövidebb utat.

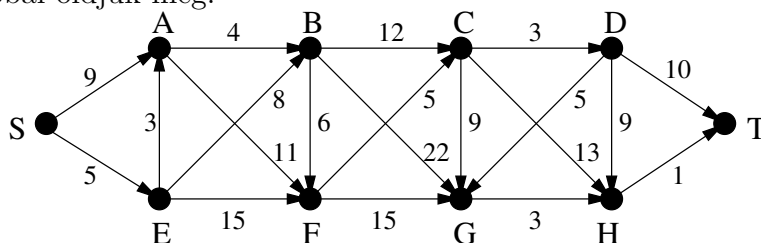


2. a) Határozzuk meg a Dijkstra-algoritmus segítségével az A csúcsból a többibe vezető legrövidebb utak hosszát a jobbra látható gráfban és adjunk meg egy A -ból D -be vezető legrövidebb utat. (Jegyzet 9.8. Feladat)

b) Vegyük hozzá a gráfhoz a $B \rightarrow E$ élt $t \geq 0$ élsúllyal. A t mely értékeire változnának meg ezzel a legrövidebb utak hosszai?



3. Határozzuk meg az S csúcsból a többibe vezető legrövidebb utak hosszát az alábbi gráfban és adjunk meg egy S -ből T -be vezető legrövidebb utat. A feladatot a tanult algoritmusok közül az erre a célra legalkalmasabbal oldjuk meg.



4. A 2. feladat gráfjában változtassuk a C -ből A -ba menő él súlyát 3-ról (-3) -ra. Alkalmazhatjuk-e ekkor a Bellman-Ford-algoritmust a B -ből a többi csúcsba vezető legrövidebb utak megtalálására? Ha igen, hajtsuk is végre az algoritmust és adjunk meg egy B -ből F -be vezető legrövidebb utat.

5. a) Nyári utazásunkra valutát akarunk váltani. A pénzváltó n különböző valutával foglalkozik, a j . fajta 1 egységéért r_{ij} -t kell fizetni az i . pénznemben. (Például ha a j . az euró, az i . a forint, akkor r_{ij} értéke most 360 körül lehet.) Adjunk olyan hatékony (vagyis polinomiális lépésszámú) algoritmust, ami az r_{ij} tömb felhasználásával meghatározza, hogy egy adott fajta valuta (például a forint) birtokában az összes többit milyen legkedvezőbb átváltási aránnyal vásárolhatjuk meg, ha az átváltás történhet több lépcsőben is (jutalékot nem kell fizetnünk a váltások után).

b) Mit mondhatunk az a) feladatban adott algoritmus lépésszámáról: milyen k esetén igaz, hogy az legföljebb $c \cdot n^k$ lépésben megáll (ahol c valamilyen konstans)?

6. a) A 2. feladat gráfjában változtassuk az $E \rightarrow F$ él súlyát (-1) -re, az $F \rightarrow B$ él súlyát pedig (-4) -re. Alkalmazzuk a Bellman-Ford-algoritmust az A -ból a többi csúcsba vezető legrövidebb utak hosszának meghatározására és adjunk meg egy A -ból C -be vezető legrövidebb utat.

b) Határozzuk meg a Dijkstra-algoritmus segítségével a 2. feladat gráfjában a C csúcsból a többibe vezető legrövidebb utak hosszát és adjunk meg egy C -ből B -be vezető legrövidebb utat.

7. A G irányított gráf élei között van egy negatív súlyú él, a többi él súlya pozitív. A gráfban nincs negatív súlyú kör. Adjunk n^2 -tel arányos lépésszámú algoritmust az $s \in V(G)$ pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására, ha a gráf szomszédsági listával van megadva.

8. Adott egy $n \times n$ pixelből álló fekete-fehér kép. Szeretnénk a képen a bal felső saroktól a jobb alsó sarokig egy jobbra-lefelé haladó határvonalat húzni úgy, hogy a vonaltól jobbra-felfelé eső fekete, valamint a vonaltól balra-lefelé eső fehér pixelek számának összege a lehető legkisebb legyen. (A vonal mindenütt a pixelek között fut.) Adjunk a feladatra legfeljebb n^4 -nel arányos lépésszámú algoritmust.