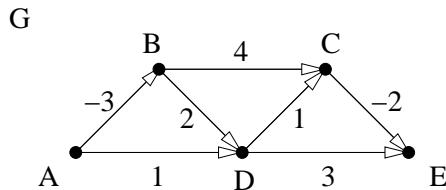


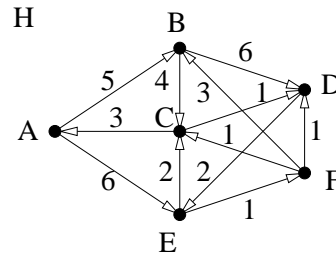
1. Határozzuk meg az  $A$  pontból a többi pontba vezető legrövidebb utakat az alábbi  $G$  gráfban a Ford-algoritmus segítségével.



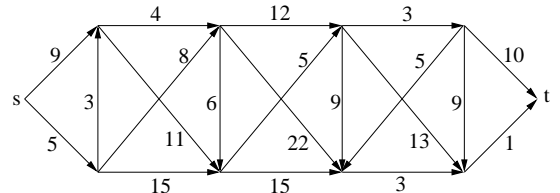
2. a) Határozzuk meg az  $A$  csúcsból a többibe vezető legrövidebb utak hosszát az alább látható  $H$  gráfban a Dijkstra-algoritmus segítségével.

b) Valamely él súlyát 1-gyel csökkentjük. Mely élek esetében nem változnak meg ezzel az  $A$ -tól mért távolságok?

c) Vegyük hozzá a gráfhoz a  $(B, E)$  élet. Milyen  $c(B, E) \geq 0$  súlyok esetén változnának meg ezzel a legrövidebb utak hosszai?



3. Határozzuk meg az  $s$  csúcsból a  $t$ -be vezető legrövidebb utakat a jobbra látható gráfban a Dijkstra-algoritmus segítségével.



4. A 2. feladat  $H$  grájában változtassuk a  $C$ -ből  $A$ -ba menő él súlyát 3-ról  $-3$ -ra. Alkalmazhatjuk-e ekkor a Ford-algortmust a  $B$ -ből a többi csúcsba vezető legrövidebb utak megtalálására? Ha igen, hajtsuk is végre az algortmust.

5. Adjuk meg az összes olyan minimális élszámú irányított gráfot (élsúlyokkal együtt), amely(ek)re a jobb oldali táblázat a Dijkstra-algortmusban szereplő  $t(v)$  ( $v$  aktuális távolsága  $v_1$ -től) tömb változásait mutathatja. Adjuk meg a legrövidebb utakat tartalmazó  $m(v)$  ( $v$ -t megelőző csúcs) tömb állapotait is.

	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$t(v_1)$	0	2	6	*	*	7
$t(v_2)$	0	2	5	9	*	6
$t(v_3)$	0	2	5	6	9	6
$t(v_4)$	0	2	5	6	8	6
$t(v_5)$	0	2	5	6	7	6

6. Nyári utazásunkra valutát akarunk váltani. A pénzváltó  $n$  különböző valutával foglalkozik, a  $j$ . fajta 1 egységéért  $r_{ij}$ -t kell fizetni az  $i$ . pénznemben. (Pl. ha a  $j$ . a dollár, az  $i$ . a forint, akkor  $r_{ij} = 275$  lehet.) Az  $r_{ij}$  tömb felhasználásával adjunk  $n^3$ -bel arányos lépésszámú algortmust, amely minden valutapárra meghatározza, hogy mi az elérhető legjobb átváltási arány, ha feltesszük, hogy az átváltásokért nem számolnak fel külön költséget. (Az  $i$ . valutáról a  $j$ -re való átváltás történhet több lépcsőben is.)

7. A 2. feladat  $H$  grájában változtassuk az összes 1 súlyú él súlyát  $-1$ -re.

a) Alkalmazzuk a Ford-algortmust az  $A$ -ból a többi csúcsba vezető legrövidebb utak megtalálására.

b) Határozzuk meg minden lehetséges  $(x, y)$  pontpárra az  $x$ -ből  $y$ -ba vezető legrövidebb út hosszát a Floyd-algortmus segítségével.

8. A  $G$  irányított gráf élei között van egy negatív súlyú él, a többi él súlya pozitív. A gráfban nincs negatív súlyú kör. Adjunk  $n^2$ -tel arányos lépésszámú algortmust az  $s \in V(G)$  pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására.

9. Adott egy  $n \times n$  pixelből álló fekete-fehér kép. Szeretnénk a képen a bal felső saroktól a jobb alsó sarokig egy jobbra-lefelé haladó határvonalat húzni úgy, hogy a vonaltól jobbra-felfelé eső fekete, valamint a vonaltól balra-lefelé eső fehér pixelek számának összege a lehető legkisebb legyen. (A vonal mindenütt a pixelek között fut.) Adjunk a feladatra legfeljebb  $n^4$ -nel arányos lépésszámú algortmust.