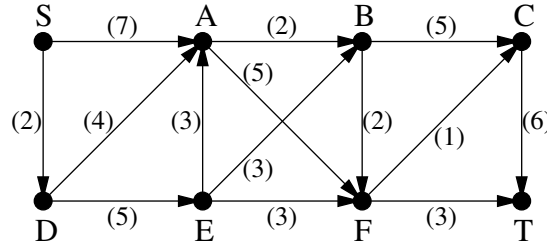
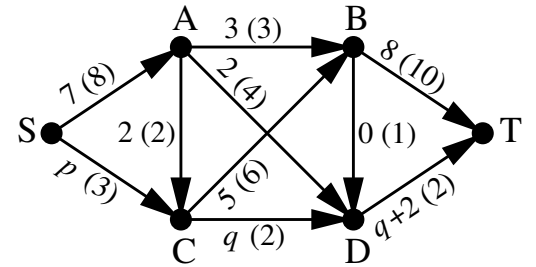


1. Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamot (S -ből T -be).



2. a) A p és q valós paraméterek milyen értékére alkotnak a jobbra látható hálózatban az éleken szereplő értékek folyamot S -ből T -be? (Az ábrán zárójelben az élek kapacitása, a zárójelen kívül a folyamértékek láthatók.)



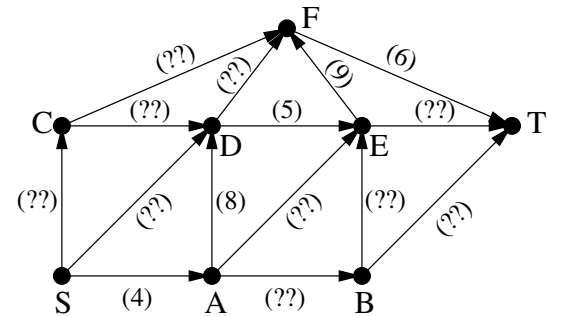
b) Igaz-e, hogy p -nek és q -nak erre az értékére maximális értékű folyamot kapunk a hálózatban? (ZH, 2023. május 18.)

c) A t valós paraméter minden értékére döntsük el, hogy létezik-e a hálózatban t értékű folyam S -ből T -be.

3. Egy hálózatban minden él kapacitása egész szám. Mely állítások teljesülnek mindig az alábbiak közül?

- A hálózatban a maximális folyamérték egész.
- Létezik a hálózatban olyan maximális folyam, mely minden élen egész értéket vesz fel.
- A hálózat minden maximális folyamára teljesül, hogy minden élen egész értéket vesz fel.

4. A jobbra látható hálózatban épp maximális folyamot kerestem, amikor kiborult a kávé és ettől a legtöbb él kapacitása olvashatatlaná vált. A baleset előtt épp egy 15 értékű folyamról tartottam. Bizonyítsuk be, hogy ez maximális folyam volt.

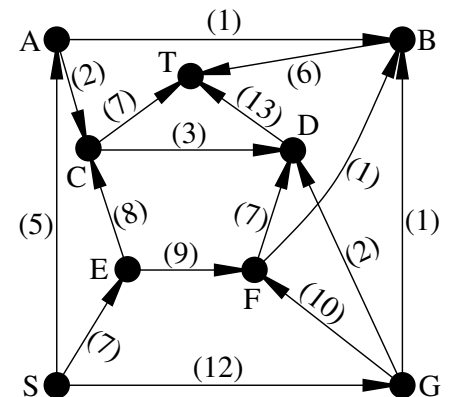


5. Egy kisváros úthálózata csupa egyirányú utcából áll. A polgármester minden hétköznap reggel autóval megy otthonról a városházára. A fejébe veszi, hogy ezt úgy szeretné megtenni, hogy minden utcán egy hét alatt legföljebb egyszer menjen végig (a hazafelé utak és a hétvégék nem számítanak).

- Adjunk meg olyan algoritmust, amely a kisváros térképe alapján eldönti, hogy ez megtehető-e.
- Oldjuk meg a feladatot arra az esetre is, ha a kisvárosban kétirányú utcák is vannak.

6. Adjunk meg a jobbra látható hálózatban egy maximális folyamot (S -ből T -be). (ZH, 2016. április 28.)

7. A G irányított gráf csúcsai legyenek az $1, 2, \dots, 100$ egész számok. Az a számból akkor vezessen egy irányított él b -be, ha $a < b$. Az a -ból b -be vezető él kapacitása legyen $b - a$. Mennyi az így kapott hálózatban az 1-ből 100-ba vezető maximális folyam értéke?



8. a) Bizonyítsuk be a következő (a jegyzetben apróbetűvel szereplő) állítást: ha adott a (G, s, t, c) hálózatban az f folyam, akkor létezik s -ből t -be vezető G -beli irányított utaknak egy olyan $\{P_1, \dots, P_p\}$ halmaza és G -beli irányított köröknek egy olyan $\{C_1, \dots, C_q\}$ halmaza, valamint az ezekhez tartozó $\alpha_1, \dots, \alpha_p$, illetve β_1, \dots, β_q nemnegatív valós értékek, hogy minden e él esetén az e -t tartalmazó P_i -khez tartozó α_i -k összege plusz az e -t tartalmazó C_j -khez tartozó β_j -k összege $f(e)$ -t adja; valamint $\sum_{i=1}^p \alpha_i = m_f$.

b) Mutassuk meg, hogy ugyanez csak irányított utakkal, körök említése nélkül már nem volna igaz.