

Bevezetés a számításméletbe II. vizsgatételek
2021/2022. tanév, második félév

1. Kombinatorikus leszámplálási alapfeladatok: **ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció és kombináció; példák.** Összefüggések a binomiális együtthatók között, Pascal-háromszög. Binomiális tétel.
2. Gráfelméleti alapfogalmak: **gráf, egyszerű gráf, komplementer gráf, izomorfia, részgráf, feszített részgráf, élsorozat, út, kör, összefüggő gráf, (összefüggő) komponens. Fa fogalma, fák egyszerű tulajdonságai.**
3. **Szomszédsági mátrix és szomszédsági lista fogalma,** gráfelméleti algoritmusok hatékonysága. **Szélességi bejárás (BFS),** annak lépésszáma.
4. **Feszítőfa fogalma,** annak létezése. Minimális összsúlyú feszítőfa, **Kruskal algoritmus.**
5. **Hamilton-körök és -utak.** Szükséges feltétel Hamilton-kör/-út létezésére. Elégséges feltételek: Dirac és Ore tétele. **Euler-séták és -körséták,** ezek létezésének szükséges és elégséges feltétele.
6. Gráfok színezése, $\chi(G)$ és $\omega(G)$ fogalma. **Reláció $\chi(G)$ és $\omega(G)$ között,** különbségük lehetséges értékei. Mohó színezés. $\chi(G)$ viszonya $\Delta(G)$ -hez. Intervallumgráfok, algoritmus ezek optimális színezésére. **Páros gráf fogalma,** kapcsolat a páratlan körökkel.
7. **Párosítás fogalma. Független élhalmaz, lefogó élhalmaz, független ponthalmaz, lefogó ponthalmaz** fogalma, ezek egymással való kapcsolatai. $\nu(G)$, $\rho(G)$, $\alpha(G)$ és $\tau(G)$ fogalma, Gallai tételei.
8. Párosítások páros gráfban, **a javítóutas algoritmus, Kőnig, Hall** és Frobenius tételei.
9. Teljes párosítás létezése reguláris páros gráfban. Gráfok élszínezése, $\chi_e(G)$ fogalma és viszonya $\Delta(G)$ -hez. Vizing-tétel (biz. nélkül), Kőnig tétele a páros gráfok élkromatikus számáról.
10. Hálózat, **hálózati folyam és $s - t$ vágás fogalma, folyam értéke, vágás kapacitása. Algoritmus maximális folyam és minimális vágás megkeresésére, Ford-Fulkerson tétel,** Edmonds-Karp tétel (biz. nélkül). Egészértékűségi lemma. A folyamprobléma általánosításai.
11. Éldiszjunkt és pontdiszjunkt utak létezésének eldöntése utakat lefogó élhalmazok, illetve ponthalmazok, valamint folyamok segítségével irányított és irányítatlan gráfban. Menger pontpárok közötti diszjunkt utakra vonatkozó tételei (az irányítatlan éldiszjunkt és mindkét pontdiszjunkt verzió esetében bizonyítás nélkül). **Többszörös összefüggőség és élösszefüggőség fogalma,** Menger ezekre vonatkozó tételei (a pontösszefüggőség esetében bizonyítás nélkül).
12. A legrövidebb út feladat, **konzervatív súlyfüggvény fogalma.** A Bellman-Ford algoritmus, **Dijkstra algoritmus.**
13. **Aciklikus irányított gráf fogalma, topologikus sorrend.** Algoritmus legrövidebb és leghosszabb utak meghatározására aciklikus irányított gráfban.
14. **A DFS algoritmus,** DFS-erdő, az élek osztályozása, osztályozás az algoritmus futása közben. A DFS alkalmazása az aciklikusság eldöntésére, illetve topologikus sorrend meghatározására.