

1. a) Írjuk fel a $P(1, 4, -1)$ ponton átmenő és az $\frac{x-5}{2} = \frac{y-10}{-2} = \frac{z+8}{3}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík egyenletét.

b) Írjuk fel a $Q(2, -5, -2)$ ponton átmenő és a $z = 4x + 7$ egyenletű síkra merőleges egyenes egyenletrendszerét.

2. Döntsük el, hogy \mathbb{R}^4 -ben alteret alkotnak-e az alábbi részhalmazok.

a) V azokból az \mathbb{R}^4 -beli vektorokból áll, amelyeknek minden koordinátája 0 és 1 között van (megengedve a 0-t és az 1-et is).

b) W azokból az \mathbb{R}^4 -beli vektorokból áll, amelyek második koordinátája duplája az elsőnek, a harmadik koordinátája pedig triplája a másodiknak.

3. a) Átmegy-e az origón az a sík, ami párhuzamos az $5x - 4y + 3z = 9$ egyenletű síkkal és tartalmazza a $P(1; 5; 5)$ pontot? (ZH, 2010. október 21.)

b) Átmegy-e az origón az az egyenes, amely párhuzamos az $\frac{x-5}{2} = \frac{1-y}{2} = -z - 9$ egyenletrendszerű egyenessel és átmegy a $P(4; -4; 3)$ ponton?

4. Döntsük el, hogy \mathbb{R}^6 -ban alteret alkotnak-e az alábbi részhalmazok.

a) V azokból az \mathbb{R}^6 -beli vektorokból áll, amelyekben a számok fölülről lefelé (nem feltétlen szigorúan) növekvő sorrendben állnak.

b) W azokból az \mathbb{R}^6 -beli vektorokból áll, amelyekben a felső három koordináta összege megegyezik az alsó három összegével.

5. Legyen $\underline{i} = (3; 0; -1)$ irányvektora az e és az f egyenesnek is. Az e egyenes tartalmazza a $(3; 1; 2)$ pontot, f pedig az $(5; -1; 1)$ pontot. Adjuk meg annak a síknak az egyenletét, mely e -t és f -et is tartalmazza. (ZH, 2023. november 17.)

6. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a $P(12; 1; 7)$ ponton és merőlegesen metszi az $x - 3 = \frac{y-2}{3} = \frac{-z-1}{4}$ egyenletrendszerű egyenest. (ZH, 2010. december 6.)

7. Egy szabályos téglatest alakú láda sík felületű, lejtős talajon áll. A láda $A(1; 4; 2)$ csúcsa a talajon van, az ezzel szomszédos $B(4; 2; 1)$ csúcsa viszont nincs a talajon. Metszi-e a talaj síkja a z -tengelyt? Ha igen, hol? (ZH, 2023. november 3.)

8. Alteret alkotnak-e \mathbb{R}^4 -ben azok a vektorok, melyek koordinátái (felülről lefelé)

a) számtani sorozatot alkotnak; (ZH, 2020. december 14.)

b) mértani sorozatot alkotnak? (ZH, 2020. december 21.)

9. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, ami tartalmazza az $\frac{x-1}{2} = 5-y, z = 2$ egyenletrendszerű e egyenest és nincs közös pontja az $\frac{x}{7} = \frac{1-2y}{12} = 8-z$ egyenletrendszerű f egyenessel. (ZH, 2022. október 18.)

10. Határozzuk meg a p paraméter értékét és írjuk fel az S sík egyenletét, ha tudjuk, hogy S tartalmazza az $A(1; 2; 2)$ és $B(3; 4; 1)$ pontokat és merőleges a $\frac{2x-7}{12} = \frac{8-y}{5} = \frac{z}{p}$ egyenletrendszerű e egyenesre. (ZH, 2021. október 28.)

11. A szabályos gömb alakú gumilabda sík felületű lejtőn gurul. Abban a pillanatban, amikor a labda a $P(2; 5; -1)$ pontban érinti a lejtőt, a középpontja a $K(16; 1; 7)$ pontban van. Átmegy-e a lejtő síkja az origón? (ZH, 2022. december 19.)

12. Az origón áthaladó S sík tartalmazza az $\frac{x-4}{9} = \frac{3-y}{2} = \frac{z-1}{6}$ egyenletrendszerű e egyenest. Rajta van-e a $P(9; 5; 3)$ pont az S síkon? (ZH, 2020. október 30.)

13. Az $\frac{x-11}{2} = \frac{z+19}{-5}, y = -1$ egyenletrendszerű e egyenes ugyanabban a pontban dőfi a $2x + y - 2z = 3$ egyenletű síkot, mint a $P(15; 2; -8)$ ponton átmenő f egyenes. Írjuk fel f egyenletrendszerét. (ZH, 2019. október 25.)

14. A $2x + y - 3z = 2$ egyenletű S_1 és az $x + 7y + 3z = 21$ egyenletű S_2 síkokról döntsük el, hogy

a) rajta van-e a $P(5; 1; 3)$ pont az S_1 és az S_2 metszészvonalán;

b) merőleges-e egymásra S_1 és S_2 ? (ZH, 2011. december 13.)