

1. A tanult Euklideszi algoritmus segítségével határozzuk meg az összes olyan egészt 0 és 301 között, aminek a 222-szerese 34 maradékot ad 302-vel osztva. (ZH, 2022. október 18.)
2. Mennyi maradékot ad 61-gyel osztva  $2^{51}$ ? A választ az előadáson tanult megfelelő algoritmus használatával adjuk meg.
3. Mennyi maradékot ad 539-cel osztva  $499^{4201}$ ? (ZH, 2023. november 17.)

---

4. Az előadáson tanult megfelelő algoritmusok alkalmazásával oldjuk meg az alábbi feladatokat. A megoldáshoz (kivételesen) használjunk számológépet.

- a) Milyen maradékot ad 79-cel osztva  $3^{86}$ ?
- b) Mely  $x$  egészekre teljesül a  $119x \equiv 2 \pmod{514}$  kongruencia?
- c) Mely  $x$  egészekre teljesül a  $158x \equiv 10 \pmod{346}$  kongruencia?

5. Milyen maradékot ad 99-cel osztva  $701^{701701}$ ? (ZH, 2021. december 20.)

6. Tekintsük azt a számtani sorozatot, amelynek első tagja 32, differenciája 51. (A sorozat tagjai tehát: 32, 83, 134, ...) Milyen maradékot ad a sorozat első 32 tagjának szorzata 51-gyel osztva? (ZH, 2005. május 5.)

7. Legyen  $n = 987654321$ . Az előadáson tanult megfelelő algoritmus alkalmazásával határozzuk meg  $98n + 27$  és  $76n + 21$  legnagyobb közös osztóját. (ZH, 2020. december 21.)

8. Hány olyan 504-nél nem nagyobb, pozitív egész szám van, amelynek van 504-gyel osztva 1 maradékot adó többszöröse? (ZH, 2019. december 16.)

---

9. Az előadáson tanult megfelelő algoritmusok alkalmazásával oldjuk meg az alábbi feladatokat. A megoldáshoz (kivételesen) használjunk számológépet.

- a) Milyen maradékot ad 623-mal osztva  $5^{300}$ ?
- b) Mi 352 és 155 legnagyobb közös osztója?
- c) Mely  $x$  egészekre teljesül a  $155x \equiv 7 \pmod{352}$  kongruencia?
- d) Mely  $x$  egészekre teljesül a  $122x \equiv 5 \pmod{166}$  kongruencia?
- e) Mely  $x$  egészekre teljesül a  $122x \equiv 6 \pmod{166}$  kongruencia?

10. Milyen maradékot ad

- a)  $7^{3234}$  80-nal osztva; (ZH, 2020. január 3.)
- b)  $2021^{2021} - 2021^{101}$  600-zal osztva? (ZH, 2021. október 28.)
- c)  $39^{1200}$  26-tal osztva?

11. Legyen  $n = 200704261601$ . Határozzuk meg  $n^n$  utolsó három számjegyét. (ZH, 2007. április 26.)

12. Döntsük el az alábbi számokról, hogy 165-nek áruháza, cinkosa vagy egyik sem. (A megoldáshoz használjunk számológépet és a megfelelő, tanult algoritmusokat.)

- a) 13
- b) 23
- c) 33

13. – Mi legyen ebédre?

– Hát, mondjuk...

– Vigyázz, az ellenség lehallgatja a beszélgetést! Használd a  $C : x \mapsto x^{11} \pmod{51}$  kódoló függvényt úgy, hogy az angol ábécé betűit sorban a 1, 2, ..., 26 számokkal helyettesítéd!

– Mármint...

– Ne értetlenkedj! A = 1, B = 2, C = 3, satöbbi, végül Z = 26. Ékezeteket ne használj és ne törődj azzal, hogy 50-ig a többi számnak már nincs jelentése. Szóval mi legyen a kaja?

– 2, 1, 6.

Határozzuk meg a  $C$ -hez tartozó  $D$  dekódoló függvényt és fejtük meg vele, hogy mi lesz az ebéd.

14. Milyen maradékot ad 25-tel osztva  $46^{4748}$ ? (ZH, 2014. április 24.)

15\*. Mutassuk meg, hogy nem létezik olyan  $x$  egész szám, melyre  $x^6 \equiv 2 \pmod{201}$ . (ZH, 2023. november 17.)

16\*. Bizonyítsuk be, hogy 561 ( $= 3 \cdot 11 \cdot 17$ ) Carmichael-szám.