

1. Az alábbi két C kód mindegyike a bemenetként (10-es számrendszerben) kapott $a, b > 0$ egészek összegét számítja ki (persze fölöslegesen bonyolultan). Tegyük fel, hogy a kódok végrehajtásakor a gép az alpműveleteket az (alsó tagozatban tanult) „írásbeli” összeadás, szorzás, stb. segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárások polinomiálisak-e. (A $\text{ceil}(b/2.0)$ a $\frac{b}{2}$ felső egészrészét, míg $\text{floor}(b/2.0)$ a $\frac{b}{2}$ alsó egészrészét adja vissza.)

```
while (b > 0) {
    a = a+1;
a)   b = b-1;
}
printf("Összeg: %d", a);

while (b > 0) {
    a = a + ceil(b/2.0);
b)   b = floor(b/2.0);
}
printf("Összeg: %d", a);
```

2. Az előadáson tanult megfelelő algoritmusok alkalmazásával oldjuk meg az alábbi feladatokat. A megoldáshoz (kivételesen) használjunk számológépet.

- a) Milyen maradékot ad 3^{45} 79-cel osztva?
- b) Mi 673 és 101 legnagyobb közös osztója?
- c) Mely x egészekre teljesül a $101x \equiv 3 \pmod{673}$ kongruencia?

3. A jobbra látható C kód a bemenetként (10-es számrendszerben) kapott $0 < a < n$ egészek esetén az n -nek az a -nál nem nagyobb osztói közül a legnagyobbat számítja ki. Tegyük fel, hogy a kód végrehajtásakor a gép az alpműveleteket az „írásbeli” kivonás és osztás segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárás polinomiális-e.

```
while (n % a != 0) {
    a = a-1;
}
printf("Eredmény: %d", a);
```

4. Az előadáson tanult megfelelő algoritmusok alkalmazásával oldjuk meg az alábbi feladatokat. A megoldáshoz (kivételesen) használjunk számológépet.

- a) Milyen maradékot ad 3^{169} 91-gyel osztva?
- b) Mi 346 és 158 legnagyobb közös osztója?
- c) Mely x egészekre teljesül a $119x \equiv 2 \pmod{514}$ kongruencia?

5. Az alábbi C kódok közül az első $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$ -t, a második $\lfloor \log_2 n \rfloor$ -t számítja ki bármely bemenetként (10-es számrendszerben) kapott $n > 0$ egész esetén (ahol a $\lfloor \cdot \rfloor$ alsó egészrészt jelöl). Tegyük fel, hogy a kódok végrehajtásakor a gép az alpműveleteket az (alsó tagozatban tanult) „írásbeli” összeadás, szorzás, stb. segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárások polinomiálisak-e.

```
x = 0; y = 0;
while (y <= n) {
a)   x = x+1;
     y = x*x;
}
printf("Eredmény: %d", x-1);

x = 0; y = 1;
while (y <= n) {
b)   x = x+1;
     y = 2*y;
}
printf("Eredmény: %d", x-1);
```

6. Az előadáson tanult megfelelő algoritmusok alkalmazásával oldjuk meg az alábbi feladatokat. A megoldáshoz (kivételesen) használjunk számológépet.

- a) Milyen maradékot ad 5^{300} 623-mal osztva?
- b) Mi 352 és 155 legnagyobb közös osztója?
- c) Mely x egészekre teljesül a $155x \equiv 7 \pmod{352}$ kongruencia?
- d) Mely x egészekre teljesül a $122x \equiv 5 \pmod{166}$ kongruencia?
- e) Mely x egészekre teljesül a $122x \equiv 6 \pmod{166}$ kongruencia?

7. Legyen $n = 123456$. Az előadáson tanult megfelelő algoritmus alkalmazásával határozzuk meg $12n + 6$ és $9n + 4$ legnagyobb közös osztóját. (ZH, 2017. december 18.)

8. Bizonyítsuk be, hogy $561 (= 3 \cdot 11 \cdot 17)$ Carmichael-szám.