

BEVEZETÉS A SZÁMÍTÁSELMÉLETBE I.
HARMADIK GYAKORLAT, 2017. szeptember 19-22.

1. Az alábbi két C kód mindegyike a bemenetként (10-es számrendszerben) kapott $a, b > 0$ egészek összegét számítja ki (persze fölöslegesen bonyolultan). Tegyük fel, hogy a kódok végrehajtásakor a gép az alpműveleteket az (alsó tagozatban tanult) „írásbeli” összeadás, szorzás, stb. segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárások polinomiálisak-e. (A $\text{ceil}(b/2.0)$ a $\frac{b}{2}$ felső egészrészét, míg $\text{floor}(b/2.0)$ a $\frac{b}{2}$ alsó egészrészét adja vissza.)

<pre>while (b > 0) { a = a+1; a) b = b-1; } printf("Összeg: %d", a);</pre>	<pre>while (b > 0) { a = a + ceil(b/2.0); b) b = floor(b/2.0); } printf("Összeg: %d", a);</pre>
--	---

2. Az előadáson tanult megfelelő algoritmusok alkalmazásával oldjuk meg az alábbi feladatokat.

- a) Milyen maradékot ad 3^{45} 79-cel osztva?
- b) Mi 673 és 101 legnagyobb közös osztója?
- c) Mely x egészekre teljesül a $101x \equiv 3 \pmod{673}$ kongruencia?

3. A jobbra látható C kód a bemenetként (10-es számrendszerben) kapott $0 < a < n$ egészek esetén az n -nek az a -nál nem nagyobb osztói közül a legnagyobbat számítja ki. Tegyük fel, hogy a kód végrehajtásakor a gép az alpműveleteket az „írásbeli” kivonás és osztás segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárás polinomiális-e.

```
while (n % a != 0) {  
    a = a-1;  
}  
printf("Eredmény: %d", a);
```

4. Az előadáson tanult megfelelő algoritmusok alkalmazásával oldjuk meg az alábbi feladatokat.

- a) Milyen maradékot ad 3^{169} 91-gyel osztva?
- b) Mi 346 és 158 legnagyobb közös osztója?
- c) Mely x egészekre teljesül a $119x \equiv 2 \pmod{514}$ kongruencia?

5. Az alábbi C kódok közül az első $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$ -t, a második $\lfloor \log_2 n \rfloor$ -t számítja ki bármely bemenetként (10-es számrendszerben) kapott $n > 0$ egész esetén (ahol a $\lfloor \cdot \rfloor$ alsó egészrészt jelöl). Tegyük fel, hogy a kódok végrehajtásakor a gép az alpműveleteket az (alsó tagozatban tanult) „írásbeli” összeadás, szorzás, stb. segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárások polinomiálisak-e.

<pre>x = 0; y = 0; while (y <= n) { a) x = x+1; y = x*x; } printf("Eredmény: %d", x-1);</pre>	<pre>x = 0; y = 1; while (y <= n) { b) x = x+1; y = 2*y; } printf("Eredmény: %d", x-1);</pre>
---	---

6. Az előadáson tanult megfelelő algoritmusok alkalmazásával oldjuk meg az alábbi feladatokat. (A megoldáshoz használjunk kalkulátort.)

- a) Milyen maradékot ad 5^{300} 623-mal osztva?
- b) Mi 352 és 155 legnagyobb közös osztója?
- c) Mely x egészekre teljesül a $155x \equiv 7 \pmod{352}$ kongruencia?
- d) Mely x egészekre teljesül a $122x \equiv 5 \pmod{166}$ kongruencia?
- e) Mely x egészekre teljesül a $122x \equiv 6 \pmod{166}$ kongruencia?

7. Bizonyítsuk be, hogy 561 ($= 3 \cdot 11 \cdot 17$) Carmichael-szám.