

BEVEZETÉS A SZÁMÍTÁSELMÉLETBE I.
MÁSODIK GYAKORLAT, 2024. szeptember 10.

1. a) Mennyi maradékot adhat 273-mal osztva egy olyan szám, melynek 57-szerese 99 maradékot ad 273-mal osztva? (ZH, 2022. november 4.)
b) Egy x egész szám 12-szerese 3-mal nagyobb maradékot ad 86-tal osztva, mint maga az x szám. Milyen maradékot adhat x 86-tal osztva?
c) Adjuk meg az összes olyan n egész számot, amire $52n + 3$ és $n + 7$ azonos maradékot ad 85-tel osztva.
 2. Mely egész számokra teljesül, hogy 7-tel osztva 2, 9-cel osztva 3 maradékot adnak?
-
3. Határozzuk meg az összes olyan n egészt 1 és 1000 között, amelyre $n + 10$ 36-tal osztva, $n - 10$ pedig 38-cal osztva ad 1 maradékot. (ZH, 2019. december 16.)
 4. a) Egy egész szám 17-szerese 23 maradékot ad 65-tel osztva. Mennyi maradékot adhat a szám 130-cal osztva? (ZH, 2020. december 14.)
b) Egy n egész szám 115-szöröse 110-zel nagyobb maradékot ad 344-gyel osztva, mint maga az n szám. Milyen maradékot adhat n 344-gyel osztva? (ZH, 2017. október 19.)
c) Az n pozitív egész számra $43n - 1$ utolsó két számjegye megegyezik $2n + 2$ utolsó két számjegyével. Mi ez a két számjegy? (ZH, 2014. november 27.)
 5. Hány olyan egész szám van 1 és 2021 között, melyre teljesül, hogy 63-mal osztva 18, 91-gyel osztva pedig 34 maradékot ad? (ZH, 2021. december 13.)
 6. Mennyi maradékot ad $6 \cdot 10^{23} - 9998$ -cal osztva? (ZH, 2023. november 3.)
-
7. a) Egy százlábú meg akarja számolni a lábait. Azt tudja biológiából, hogy minden százlábúnak legfölbjebb 344 lába van. Ha 13-asával számolja a lábait, akkor 3 marad ki, ha 17-esével számolja, akkor viszont 10 marad ki. Hánylábú a százlábú?
b) Egy másik százlábú is megirigylti ezt a módszert. Neki 16-osával számolva 5 marad ki, 20-asával számolva pedig 15 marad ki. Bizonyítsuk be, hogy elszámolta magát.
c) A százlábúak királyához is eljut a módszer. Neki 6-osával számolva 5 marad ki, 7-esével számolva 6, 8-asával számolva pedig 7. Neki hány lába van?
 8. a) Mely 1 és 111 közötti egész számok 1111-szerese ad 11 maradékot 2020-szal osztva? (ZH, 2020. október 30.)
b) Milyen maradékot adhat az n egész szám 202-vel osztva, ha $53n - 1$ osztható 202-vel? (ZH, 2011. május 17.)
c) Egy egész számra teljesül, hogy $37n + 9$ és $n + 10$ azonos maradékot ad 235-tel osztva. Mi lehet ez a közös maradék? (ZH, 2013. május 16.)
 9. Adjuk meg az összes olyan n egész számot 1 és 2023 között, amire az $\frac{n-2}{21}$ tört és az $\frac{n-5}{166}$ tört értéke is egész szám. (ZH, 2023. november 3.)
 10. Egy n egész szám 3 maradékot ad 82-vel osztva. Milyen maradékot adhat az n szám 182-vel osztva? (ZH, 2013. április 25.)
 11. Hány olyan n egész szám van 1 és 1000 között, amelyhez található olyan m egész szám, hogy a $37n + 218m = 10$ egyenlet fennálljon? (ZH, 2012. május 7.)
 12. A Nagy Piréz Rendszer harmadik bolygóján ősidők óta minden hónap 29 napos, az év végén visszamaradó 22 napot pedig a messzeföldön híres piréz kumiszmértéktelen fogyasztásával töltik a lakosok. A Piréz Nemzeti Bank mélyreható elemzése azonban nemrég kimutatta, hogy a gazdaság teljesítményére az év végi 22 napos szünet kedvezőtlen hatással van, ezért bevezetik a 32 napos hónapot, így a hónapokból kimaradó napok száma 5-re csökken. Hány napból áll az év a harmadik bolygón, ha tudjuk, hogy a negyedik bolygó éve (ami persze hosszabb a harmadikénál) 1000 napos? (ZH, 2023. november 17.)