

B E V E Z E T É S A S Z Á M Í T Á S E L M É L E T B E I .
MÁSODIK GYAKORLAT, 2022. szeptember 13.

1. Milyen maradékot ad $70^{70} + 68^{68}$ 23-mal osztva?
2. a) Milyen maradékot adhat egy egész szám 98-cal osztva, ha a 78-szorosa 6 maradékot ad 98-cal osztva?
b) Egy x egész szám 12-szerese 3-mal nagyobb maradékot ad 86-tal osztva, mint maga az x szám. Milyen maradékot adhat x 86-tal osztva?
c) Adjuk meg az összes olyan n egész számot, amire $52n + 3$ és $n + 7$ azonos maradékot ad 85-tel osztva.
3. Mely egész számokra teljesül, hogy 7-tel osztva 2, 9-cel osztva 3 maradékot adnak?

-
4. Mi az utolsó két számjegye az alábbi számoknak?
a) $2001^{2022} \cdot 999^{1001}$ b) 51^{151}
 5. Határozzuk meg az összes olyan n egészt 1 és 1000 között, amelyre $n + 10$ 36-tal osztva, $n - 10$ pedig 38-cal osztva ad 1 maradékot. (ZH, 2019. december 16.)
 6. a) Egy egész szám 17-szerese 23 maradékot ad 65-tel osztva. Mennyi maradékot adhat a szám 130-cal osztva? (ZH, 2020. december 14.)
b) Egy n egész szám 115-szöröse 110-zel nagyobb maradékot ad 344-gyel osztva, mint maga az n szám. Milyen maradékot adhat n 344-gyel osztva? (ZH, 2017. október 19.)
c) Az n pozitív egész számra $43n - 1$ utolsó két számjegye megegyezik $2n + 2$ utolsó két számjegyével. Mi ez a két számjegy? (ZH, 2014. november 27.)
 7. Hány olyan egész szám van 1 és 2021 között, melyre teljesül, hogy 63-mal osztva 18, 91-gyel osztva pedig 34 maradékot ad? (ZH, 2021. december 13.)

8. a) Egy százlábú meg akarja számolni a lábait. Azt tudja biológiából, hogy minden százlábúnak legfeljebb 344 lába van. Ha 13-asával számolja a lábait, akkor 3 marad ki, ha 17-esével számolja, akkor viszont 10 marad ki. Hánylábú a százlábú?

b) Egy másik százlábú is megirigyli ezt a módszert. Neki 16-osával számolva 5 marad ki, 20-asával számolva pedig 15 marad ki. Bizonyítsuk be, hogy elszámolta magát.

c) A százlábúak királyához is eljut a módszer. Neki 6-osával számolva 5 marad ki, 7-esével számolva 6, 8-asával számolva pedig 7. Neki hány lába van?

9. Milyen maradékot ad
a) $65^{63^{61}}$ 66-tal osztva; b) 55^{100} 48-cal osztva?
- 10.a) Mely 1 és 111 közötti egész számok 1111-szerese ad 11 maradékot 2020-szal osztva? (ZH, 2020. október 30.)
b) Milyen maradékot adhat az n egész szám 202-vel osztva, ha $53n - 1$ osztható 202-vel? (ZH, 2011. május 17.)
c) Egy egész számra teljesül, hogy $37n + 9$ és $n + 10$ azonos maradékot ad 235-tel osztva. Mi lehet ez a közös maradék? (ZH, 2013. május 16.)

11. Az n pozitív egész utolsó két számjegye a 4-es és az 5-ös számrendszerben is 11. Mi n utolsó két számjegye a 10-es számrendszerben? (ZH, 2019. október 25.)

12. Egy n egész szám 3 maradékot ad 82-vel osztva. Milyen maradékot adhat az n szám 182-vel osztva? (ZH, 2013. április 25.)

13. Jumurdzsák először örült a tisztí kinevezésnek, de hamarosan elment a kedve az egésztől. Mindjárt az első összecsapásban jópáran elestek a rábízott 50 fős csapatból, amit még elviselt volna, csakhogy köztük volt a pénztáros is, így már a második héten Jumurdzsáknak kellett kiosztania a zsoldot, ami cseppet sem volt egyszerű feladat. Minden alárendeltjének 26 akcse járt hetente (neki magának pedig 2 arany), de a főnökség persze nem bajlódott akcsékkal, aranyban adta át Jumurdzsáknak a csapat heti zsoldját (1 arany = 60 akcse). Fel kellett tehát váltania az aranyakat a zsold kiosztása előtt, ráadásul még a visszamaradó nyamvadt 2 akcsét sem tarthatta meg.

– Így jár, aki elveszti a talizmánját – sóhajtott keserűen.
Hányan estek el (a második hétig) Jumurdzsák alárendeltjei közül? (ZH, 2020. január 3.)