

B E V E Z E T É S   A   S Z Á M Í T Á S E L M É L E T B E I .  
MÁSODIK GYAKORLAT, 2021. szeptember 14.

1. Milyen maradékot ad  
a)  $70^{70}$  23-mal osztva;                      b)  $2021^{6543}$  2022-vel osztva?
2. Határozzuk meg az összes olyan  $x$  számot, melyre az alábbi kongruenciák (külön-külön) teljesülnek.  
a)  $3x \equiv 2 \pmod{5}$                       b)  $32x \equiv 12 \pmod{82}$   
c)  $20x \equiv 7 \pmod{50}$                       d)  $5x \equiv 1 \pmod{28}$
- 
3. Milyen maradékot ad  
a)  $65^{6361}$  66-tal osztva;                      b)  $55^{100}$  48-cal osztva?
4. Határozzuk meg az összes olyan  $x$  számot, melyre az alábbi kongruenciák (külön-külön) teljesülnek.  
a)  $8x \equiv 30 \pmod{28}$                       b)  $2x \equiv 7 \pmod{33}$   
c)  $47x \equiv 1 \pmod{53}$                       d)  $9x \equiv 1 \pmod{88}$
5. Egy egész szám 17-szerese 23 maradékot ad 65-tel osztva. Mennyi maradékot adhat a szám 130-cal osztva? (ZH, 2020. december 14.)
6. Számítsuk ki képzeletben a  $0, 1, 2, \dots, 2020$  számok 1111-szeresének a 2021-es maradékát és az így kapott 2021 eredményt rendezzük nagyság szerinti növekvő sorrendbe. Milyen számsorozatot kapunk?
- 
7. Mi az utolsó két számjegye az alábbi számoknak?  
a)  $2001^{2021}$                       b)  $99^{7755}$                       c)  $51^{151}$                       d)  $\frac{51^{151}}{9}$
8. Határozzuk meg az összes olyan  $x$  számot, melyre az alábbi kongruenciák (külön-külön) teljesülnek.  
a)  $8x \equiv 29 \pmod{27}$                       b)  $32x \equiv 7 \pmod{47}$   
c)  $47x \equiv 13 \pmod{95}$                       d)  $74x \equiv 13 \pmod{111}$
9. Milyen maradékot ad  
a)  $1025^{1005}$  1023-mal osztva;                      b)  $138^{139}$  65-tel osztva?
10. A pozitív egész  $n$  szám 513-szorosának utolsó három számjegye 001. Mi az  $n$  utolsó 3 számjegye? (ZH, 2018. december 10.)
11. Határozzuk meg az összes olyan  $n$  egészt, amelyre  $5^n \equiv 3^n + 8 \pmod{26}$  teljesül. (ZH, 2005. május 5.)
12. Mutassuk meg, hogy tetszőleges  $a, b, c$  és  $d$  egész számokra  $(a+b, c+d) \mid a^{99}c^{100} + b^{99}d^{100}$  teljesül, (ahol a gömbölyű zárójel a legnagyobb közös osztót jelöli). (ZH, 2007. május 10.)
13. Jumurdzsák először örült a tiszti kinevezésnek, de hamarosan elment a kedve az egésztől. Mindjárt az első összecsapásban jópáran elestek a rábízott 50 fős csapatból, amit még elviselt volna, csakhogy köztük volt a pénztáros is, így már a második héten Jumurdzsáknak kellett kiosztania a zsoldot, ami cseppet sem volt egyszerű feladat. Minden alárendeltjének 26 akcse járt hetente (neki magának pedig 2 arany), de a főnökség persze nem bajlódott akcsékkal, aranyban adta át Jumurdzsáknak a csapat heti zsoldját (1 arany = 60 akcse). Fel kellett tehát váltania az aranyakat a zsold kiosztása előtt, ráadásul még a visszamaradó nyamvadt 2 akcsét sem tarthatta meg.  
– Így jár, aki elveszti a talizmánját – sóhajtott keserűen.  
Hányan estek el (a második hétig) Jumurdzsák alárendeltjei közül? (ZH, 2020. január 3.)
14. Számítsuk ki képzeletben a  $0, 1, 2, \dots, 2020$  számok 1118-szorosának a 2021-es maradékát. Hány különböző eredményt kapunk így?