

1. Milyen maradékot adhat az  $n$  egész szám 142-vel osztva, ha  $20n + 4$  és  $72n - 12$  azonos maradékot ad 142-vel osztva? (ZH, 2015. november 26.)

2. Mely egész számokra teljesül, hogy 7-tel osztva 2, 9-cel osztva 3 maradékot adnak?

3. Milyen maradékot ad

a)  $2^{100}$  45-tel osztva;

b)  $46^{47^{48}}$  25-tel osztva? (ZH, 2014. április 24.)

4. Mi az utolsó két számjegye az alábbi számoknak?

a)  $303^{404}$

b)  $33^{21^{34}}$  (ZH, 2010. május 18.)

5. Egy százlábú meg akarja számolni a lábait. Azt tudja biológiából, hogy minden százlábúnak legföljebb 344 lába van. Ha 13-asával számolja a lábait, akkor 3 marad ki, ha 17-esével számolja, akkor viszont 10 marad ki. Hánylábú a százlábú?

6. Az  $n$  pozitív egész számra  $43n - 1$  utolsó két számjegye megegyezik  $2n + 2$  utolsó két számjegyével. Mi ez a két számjegy? (ZH, 2014. november 27.)

7. Tekintsük azt a számtani sorozatot, amelynek első tagja 32, differenciája 51. (A sorozat tagjai tehát: 32, 83, 134, ...) Milyen maradékot ad a sorozat első 32 tagjának szorzata 51-gyel osztva? (ZH, 2005. május 5.)

8. Legyen  $n = 200704261601$ . Határozzuk meg  $n^n$  utolsó három számjegyét. (ZH, 2007. április 26.)

9. Mi az utolsó két számjegye az alábbi számoknak?

a)  $159^{161}$ ;

b)  $49^{49^{50}}$ ;

c)  $17^{17^{17}} - 17^{17} + 17$ ; (ZH, 2003. május 22.)

d) a (10-es számrendszerben felírt)  $42^{41^{40}}$  számnak a 11-es számrendszerben? (ZH, 2013. május 16.)

10.a) Egy másik százlábú is megirigyli az 5. feladatbeli százlábú módszerét. Neki 16-osával számolva 5 marad ki, 20-asával számolva pedig 15 marad ki. Bizonyítsuk be, hogy elszámolta magát.

b) A százlábúak királyához is eljut a módszer. Neki 6-osával számolva 5 marad ki, 7-esével számolva 6, 8-asával számolva pedig 7. Neki hány lába van?

11.a) Milyen maradékot adhat az  $n$  egész szám 202-vel osztva, ha  $53n - 1$  osztható 202-vel? (ZH, 2011. május 17.)

b) Egy egész számra teljesül, hogy  $37n + 9$  és  $n + 10$  azonos maradékot ad 235-tel osztva. Mi lehet ez a közös maradék? (ZH, 2013. május 16.)

c) Az  $n$  pozitív egész 6247-szeresének az utolsó három számjegye 713. Mi lehet az  $n$  utolsó két számjegye? (ZH, 2015. december 7.)

12. Egy  $n$  egész szám 3 maradékot ad 82-vel osztva. Milyen maradékot adhat az  $n$  szám 182-vel osztva? (ZH, 2013. április 25.)

13. Az  $n$  szám kettes számrendszerbeli alakja 110100101101100011011. Határozzuk meg  $n^n$  kettes számrendszerbeli alakjának utolsó négy jegyét. (ZH, 2014. április 24.)

14. Hány olyan  $n$  egész szám van 1 és 1000 között, amelyhez található olyan  $m$  egész szám, hogy a  $37n + 218m = 10$  egyenlet fennálljon? (ZH, 2012. május 7.)

15. Milyen maradékot ad  $100^{3^{2011}}$   $3^{2011}$ -nel osztva? (ZH, 2011. április 21.)

16. Bizonyítsuk be, hogy ha  $a$  egy 11-gyel nem osztható egész szám, akkor az  $x^3 \equiv a \pmod{121}$  kongruencia megoldható (vagyis létezik olyan  $x$  egész, amelyre a kongruencia fennáll). (ZH, 2009. április 24.)

17. Életének 97. évében, 2017. augusztus 25-én hunyt el Pataki Ferenc fejszámológépművész. Egyszer a tévében a következő trükköt mutatta be: felkért a közönségből valakit, hogy gondoljon egy háromjegyű számra, szorozza meg 6561-gyel, majd az eredmény utolsó három jegyét közölje. Ebből ő pillanatok alatt kitalálta a gondolt számot. Hogyan csinálta? Utána tudnánk-e csinálni, ha használhatunk számológépet, de csak nagyon rövid ideig?