

1. a) Írjuk fel a $P(1, 4, -1)$ ponton átmenő és az $\frac{x-5}{2} = \frac{y-10}{-2} = \frac{z+8}{3}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík egyenletét.

b) Írjuk fel a $Q(2, -5, -2)$ ponton átmenő és a $z = 4x + 7$ egyenletű síkra merőleges egyenes egyenletrendszerét.

2. Legyen \mathbb{R}^4 -ben

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ és } \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

a) Kifejezhető-e az \underline{u} , \underline{v} és \underline{w} vektorokból (az \mathbb{R}^4 -beli műveletekkel) az \underline{a} vektor?

b) Kifejezhető-e az \underline{u} , \underline{v} és \underline{w} vektorokból a \underline{b} vektor?

c) Mely \mathbb{R}^4 -beli vektorok fejezhetőek ki \underline{u} , \underline{v} és \underline{w} segítségével? (Készítsünk olyan „tesztet”, amellyel egy tetszőleges \mathbb{R}^4 -beli vektorra a kérdés egyszerűen és gyorsan megválaszolható.)

3. a) Átmegy-e az origón az a sík, amely párhuzamos az $5x - 4y + 3z = 9$ egyenletű síkkal és amely tartalmazza a $P(1; 5; 5)$ pontot? (ZH, 2010. október 21.)

b) Átmegy-e az origón az az egyenes, amely párhuzamos az $\frac{x-5}{2} = \frac{1-y}{2} = -z - 9$ egyenletrendszerű egyenessel és átmegy a $P(4; -4; 3)$ ponton?

4. Legyen a szokásos 3 dimenziós térben (\mathbb{R}^3 -ben)

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \underline{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ és } \underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

a) Kifejezhető-e az \underline{u} , \underline{v} és \underline{w} vektorokból (az \mathbb{R}^3 -beli műveletekkel) az \underline{a} vektor?

b) Az \mathbb{R}^3 mely vektorai fejezhetőek ki az \underline{u} , \underline{v} és \underline{w} vektorokból? (Készítsünk „tesztet”).

c) Az \mathbb{R}^3 mely vektorai fejezhetőek ki az \underline{u} és \underline{v} vektorokból? (Készítsünk „tesztet”).

d) Milyen geometriai alakzatot határoznak meg a c) feladat megoldásai?

5. A $2x + y - 3z = 2$ egyenletű S_1 és az $x + 7y + 3z = 21$ egyenletű S_2 síkok esetében döntsük el, hogy

a) rajta van-e a $P(5; 1; 3)$ pont az S_1 és az S_2 metszésvonalán;

b) merőleges-e egymásra S_1 és S_2 ? (ZH, 2011. december 13.)

6. Az e egyenes egyenletrendszere $\frac{2x-3}{4} = \frac{3y+4}{6} = \frac{z}{2}$, az f egyenesé $\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{2} = \frac{3z-5}{6}$. Párhuzamos-e e és f ? Ha igen, akkor határozzuk meg az őket tartalmazó sík egyenletét. (ZH, 2014. december 15.)

7. Döntsük el, hogy a $P(1, 4, 4)$ és a $Q(3, 12, -2)$ pontokon átmenő egyenes metszi-e a koordinátatengelyek valamelyikét. Ha igen, adjuk meg a metszésponto(ka)t. (ZH, 2006. november 9.)

8. Írjuk fel a háromdimenziós tér $P = (1, 1, 1)$ és $Q = (3, 1, 5)$ pontjait összekötő szakasz felezőmerőleges síkjának egyenletét. Hol metszi ez a sík az y tengelyt? (ZH, 2013. október 24.)

9. Az \mathbb{R}^4 mely vektorai fejezhetőek ki az

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ és a } \underline{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

vektorok segítségével? (Készítsünk „tesztet”).

11. Határozzuk meg annak a síknak az egyenletét, amely átmegy a $P(1; 3; 4)$ és a $Q(3; 6; 10)$ pontokon és párhuzamos az $\frac{x-9}{3} = y + 4 = \frac{z}{5}$ egyenletrendszerű egyenessel. (ZH, 2012. október 18.)

10. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a $P(12; 1; 7)$ ponton és merőlegesen metszi az $x - 3 = \frac{y-2}{3} = \frac{-z-1}{4}$ egyenletrendszerű egyenest. (ZH, 2010. december 6.)