

1. Döntsük el az alábbi $f : X \rightarrow Y$ függvényekről, hogy injektívek, szürjektívek, illetve bijektívek-e.

a) X a Földön élő összes állatok halmaza, $Y = \mathbb{N}$; f minden állathoz a lábainak számát rendeli.

b) X a Földön élő összes állatok halmaza, $Y = \mathbb{N}$; f minden állathoz a szőrszálainak számát rendeli.

c) X a páratlan számok halmaza, Y a páros számok halmaza; $f(x) = x + 1$.

d) X a páratlan számok halmaza, Y a páros számok halmaza; $f(x) = 2x$.

2. Mi a számossága az alábbi halmazoknak?

a) azon síkvektorok halmaza, amelyeknek mindkét koordinátája egész szám;

b) azon térvektorok halmaza, amelyeknek mind a három koordinátája racionális szám;

c) az olyan 0-nál nagyobb és 1-nél kisebb valós számok halmaza, amelyeknek tizedestört alakjában csak 2-es, 3-as, 4-es és 5-ös számjegy fordul elő.

3. Döntsük el az alábbi $f : X \rightarrow Y$ függvényekről, hogy injektívek, szürjektívek, illetve bijektívek-e.

a) X a macskák halmaza, Y a (valamilyen) fejek halmaza; f minden macskához a fejét rendeli.

b) X a magyar szavak halmaza, Y a magyar ábécé betűinek halmaza; f minden szóhoz az utolsó betűjét rendeli.

c) $X = Y = \{A, B, E, G, L, R\}$, f minden betűhöz az ALGEBRA szóban utána következő betűt rendeli.

d) X a páros számok halmaza, Y a páratlan számok halmaza; $f(x) = \frac{x}{2}$.

4. Létezik-e bijekció az alábbi halmazpárok között?

a) Prímszámok, illetve négyzetszámok.

b) Kettőhatványok, illetve összetett számok.

c) Valós számpárok, illetve valós számok.

5. Döntsük el *csak a halmazok számossága egyenlőségének definícióját* felhasználva, hogy $|A| = |B|$ igaz-e az alábbi halmazokra.

a) A a pozitív prímszámok halmaza, B a pozitív összetett számok halmaza.

b) $A = (0, \infty)$ (a pozitív valós számok halmaza), $B = \mathbb{R}$.

6. Mi a számossága az alábbi halmazoknak?

a) azon \mathbb{R}^4 -beli vektorok halmaza, amelyeknek mind a négy koordinátája racionális szám;

b) a sík összes pontjainak halmaza;

c) azon (tetszőleges magasságú) oszlopvektorok halmaza, amelyeknek minden koordinátája racionális szám.

d) az irracionális számok halmaza;

e) a természetes számok véges részhalmazainak halmaza;

f) a valós elemű (tetszőleges méretű) mátrixok halmaza.

7. Adjunk meg bijekciót a nemnegatív valós számok halmaza és az összes valós számok halmaza között.

8. A H halmaz álljon az összes olyan, az a és b betűkből készített, végtelen hosszú sorozatokból, amelyekben minden n pozitív egészhez található n darab szomszédos b betű. Határozzuk meg H számosságát. (ZH, 2002. december 5.)