

1. Mely egész számokra teljesül, hogy 7-tel osztva 2, 9-cel osztva 3 maradékot adnak?
 2. Milyen maradékot ad
 - a) 2^{100} 45-tel osztva;
 - b) $46^{47^{48}}$ 25-tel osztva? (ZH, 2014. április 24.)
 3. Oldjuk meg a $101x \equiv 3 \pmod{673}$ lineáris kongruenciát.
 4. Határozzuk meg az ismételt négyzetreemelések módszerével, hogy milyen maradékot ad 3^{45} 79-cel osztva.
-
5. Mi az utolsó két számjegye az alábbi számoknak?
 - a) 303^{404}
 - b) $33^{21^{34}}$ (ZH, 2010. május 18.)
 6. Oldjuk meg a $119x \equiv 2 \pmod{514}$ lineáris kongruenciát.
 7. Milyen maradékot ad 3^{169} 91-gyel osztva?
 8. Egy százlábú meg akarja számolni a lábait. Azt tudja biológiából, hogy minden százlábúnak legfőljebb 344 lába van. Ha 13-asával számolja a lábait, akkor 3 marad ki, ha 17-esével számolja, akkor viszont 10 marad ki. Hány lábú a százlábú?
 9. Milyen maradékot ad $100^{3^{2011}}$ 3^{2011} -nel osztva? (ZH, 2011. április 21.)
-
10. Mi az utolsó két számjegye az alábbi számoknak?
 - a) 159^{161} ;
 - b) $49^{49^{50}}$;
 - c) $17^{17^{17}} - 17^{17} + 17$; (ZH, 2003. május 22.)
 - d) a (10-es számrendszerben felírt) $42^{41^{40}}$ számnak a 11-es számrendszerben? (ZH, 2013. május 16.)
 - 11.a) Egy másik százlábú is megirigyli a 6. feladatbeli százlábú módszerét. Neki 16-osával számolva 5 marad ki, 20-asával számolva pedig 15 marad ki. Bizonyítsuk be, hogy elszámolta magát.
 - b) A százlábúak királyához is eljut a módszer. Neki 6-osával számolva 5 marad ki, 7-esével számolva 6, 8-asával számolva pedig 7. Neki hány lába van?
 12. Egy n egész szám 3 maradékot ad 82-vel osztva. Milyen maradékot adhat az n szám 182-vel osztva? (ZH, 2013. április 25.)
 13. Az n szám kettes számrendszerbeli alakja 110100101101100011011. Határozzuk meg n^n kettes számrendszerbeli alakjának utolsó négy jegyét. (ZH, 2014. április 24.)
 14. Bizonyítsuk be, hogy ha a egy 11-gyel nem osztható egész szám, akkor az $x^3 \equiv a \pmod{121}$ kongruencia megoldható (vagyis létezik olyan x egész, amelyre a kongruencia fennáll). (ZH, 2009. április 24.)
 15. Pataki Ferenc fejszámológépész egyszer a tévében a következő trükköt mutatta be: felkért a közönségből valakit, hogy gondoljon egy háromjegyű számra, szorozza meg 6561-gyel, majd az eredmény utolsó három jegyét közölje. Ebből ő pillanatok alatt kitalálta a gondolt számot. Hogyan csinálta? Utána tudnánk-e csinálni, ha használhatunk számológépet, de csak nagyon rövid ideig?
 16. Az (angol) ábécé huszonhat betűjét a $0, 1, \dots, 25$ számokkal helyettesítem ($A = 0, B = 1, C = 2$, stb., $Z = 25$). Nyilvános kódolófüggvényem: $x \mapsto x^{43} \pmod{85}$. (Ezzel a $0, 1, \dots, 84$ számokat lehet kódolni, de csak az első huszonhat számnak van valódi jelentése.) Ezzel a függvénnyel kódoltam titkos üzenetemet is: 59 2 59 20 44 52 . Mi volt a titkos üzenet?
 17. Bizonyítsuk be, hogy $561 (= 3 \cdot 11 \cdot 17)$ Carmichael-szám.