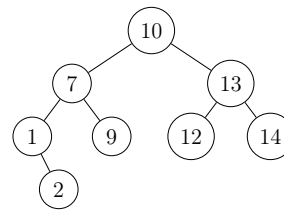


1. Milyen sorrendben írja ki a preorder, inorder és posztorder bejárás a fában tárolt értékeket?



2. Egy bináris fa inorder bejárása:  $j, b, k, g, i, a, c, d, f, e, h$ , preorder bejárása:  $a, b, j, g, k, i, d, c, e, f, h$ . Rekonstruálja a fát!
3. (a) Építsen kupacot az órán tanult lineáris idejű módszerrel az alábbi tömbből: 31,6,50,7,2,51.  
 (b) Szűrje be az így kapott tömbbe az 1, majd ezután az 5 számot.  
 (c) Hajtson végre két egymást követő MINTÖR-t az így kapott kupacon.
- 
4. (a) Építsen kupacot az órán tanult lineáris idejű módszerrel az alábbi tömbből: 4,3,5,21,2,7,12,6.  
 (b) Szűrje be az így kapott tömbbe az 1 számot.  
 (c) Hajtson végre két egymást követő MINTÖR-t az így kapott kupacon.
5. Igazoljuk, hogy egy  $n$  elemből álló bináris kupac felépítése  $\Omega(n)$  összehasonlítást igényel!
6. Adott egy  $n$  elemet tartalmazó kupac és egy  $k$  kulcs. Keressük meg a kupac  $k$ -nál kisebb kulcsú elemeit! Ha  $m$  ilyen elem van, az algoritmus  $O(m)$  elemi lépést használhat.
- 
7. A kezdetben üres kupacba egyenként szűrünk be  $n$  elemet. Igazolja, hogy előfordulhat, hogy a beszúrások során végzett összehasonlítások száma  $\Omega(n \log n)$ .
8. Egy rendezett halmazból  $n$  elem kupacban van elhelyezve. Bizonyítsuk be, hogy a legnagyobb elem megkereséséhez  $\Omega(n)$  összehasonlítás szükséges!
9. Adjunk hatékony algoritmust egy kupac tizedik legkisebb elemének a megtalálására. Elemezzük a módszer költségét.
10. Egy orvosi rendelőben a regisztrációnál kell bejelentkezni, ahol az ott dolgozók eldöntik, hogy a beteg az épp rendelő két orvos közül  $A$ -hoz vagy  $B$ -hez kell kerüljön, vagy bármelyikükhöz kerülhet. Ezen kívül, a beutaló ismeretében, a beteghez egy sürgősséget kifejező számot is rendelnek. Amikor valamelyik orvos végzett egy beteggel, akkor a betegek közül, akiket nem csak a másik orvos láthat el behívja a legnagyobb sürgősségi számút. Tegyük fel, hogy a kiosztott sürgősségi számok egymástól különbözőek. Írjon le egy olyan adatszerkezetet, ami abban az esetben, ha  $n$  beteg várakozik, akkor a regisztráción az új beteg beillesztését  $O(\log n)$  lépésben, illetve az orvosoknak a következő beteg kiválasztását  $O(1)$  lépésben lehetővé teszi.
11. Egy rendezett halmaz adott  $n$  eleméből kupacot szeretnénk építeni, melyre (a kupac tulajdonság mellett) teljesül, hogy minden  $x$  csúcs bal részfájának az elemei kisebbek mint az  $x$  jobb részfájának az elemei. Igazoljuk, hogy ehhez legalább  $\Omega(n \log n)$  lépés szükséges!
12. Adott  $n$  pont a síkon, melyek páronként mindkét koordinátájukban különböznek. Bizonyítsuk be, hogy egy és csak egy bináris fa létezik, melynek csúcsaiban az adott  $n$  pontot tároljuk, és az első koordináta szerint a keresőfa tulajdonsággal, a második szerint pedig a kupac tulajdonsággal rendelkezik. (*Vigyázat*: a kupac tulajdonságba nem értendő bele, hogy a fa teljes bináris fa legyen, mint amelyet a tanult „kupacépítő” algoritmus létrehoz.)
13. Egy bináris keresőfában csupa különböző egész számot tárolunk. Lehetséges-e, hogy egy KERES( $x$ ) hívás során a keresési út mentén a 20, 18, 3, 15, 5, 8, 9 kulcsokat látjuk ebben a sorrendben? Ha nem lehetséges, indokolja meg miért nem, ha pedig lehetséges, határozza meg az összes olyan  $x$  egész számot, amire ez megtörténhet.