1. Honnan látszik A szomszédossági mátrixból, hogy hány csúcsa és hány éle van az irányítatlan gráfnak? Honnan látszanak a fokszámok?
2. (a) Honnan látjuk, hogy a B szomszédossági mátrix irányított gráfhoz tartozik?
(b) Honnan látszik, hogy mennyi az egyes csúcsok ki- és be-foka?

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Mennyi az egyes csúcsok ki-foka az $\mathbf{a}$: b, c; $\mathbf{b}$: e, d; $\mathbf{c}$: d; $\mathbf{d}$: f; $\mathbf{e}$: f; $\mathbf{f}$: $-$ szomszédossági lista által adott irányított gráfban? Mennyi az f csúcs be-foka?
4. Futtassa le a DFS-MAIN(G)-t az alábbi (szomszédossági listával adott) irányított gráfban úgy, hogy a csúcsok és a szomszédok vizsgálatakor az éllistában adott sorrendet követi! Adja meg a csúcsok mélységi és befejezési számát is! **1**: 3,4,5; **2**: 1, 5, 7, 6; **3**: 2,4,6; **4**: 5; **5**: 3,1; **6**: $-$; **7**: 5
Mely élek lesznek faélek? Mely élek lesznek előreélek, visszaélek és keresztélek?

---

5. Egy gráf fordított éllistájában (szomszédossági listájában) minden csúcsnál a csúcsba bejövő élek vannak felsorolva. Adjon $O(n + m)$ lépésszámú algoritmust, ami az éllistából elkészíti a fordított éllistát.
6. Egy hat pontú irányított gráf csúcsait egy mélységi bejárás a, c, f, e, d, b sorrendben járja be, a befejezési számok pedig ezek: a: 6; b: 5; c: 4; d: 3; e: 2; f: 1.
Lehetséges-e, hogy a gráfban van él (a) f-ből e-be? (b) d-ből e-be?
7. Egy szomszédossági listával adott irányított G gráfban mindegyik csúcs színes, vagy piros vagy zöld (ez az információ egy, a csúcsokkal indexelt C tömbben adott) és adott a gráfban egy piros s és egy piros t csúcs. (a) Adjon $O(n + m)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van-e az s-ből t-be olyan út, ami csak piros csúcsokon megy át. (b) Adjon $O(n(n+m))$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van-e s-ből t-be olyan út, ami legfeljebb egy zöld csúcson megy át.
8. Egy szomszédossági mátrixával adott irányított G gráfban szeretnénk meghatározni az összes olyan csúcsot, ahonnan egy adott t csúcs irányított úton elérhető. Adjon erre a feladatra $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust.

---

9. Egy kezdő autóvezető a városban való közlekedése során szeretne gyakorlatának megfelelő útvonalat választani. Az úthálózat egy irányítatlan gráfként van megadva, a csúcsok a kereszteződések, az élek az utak, a csúcsoknál adott, hogy nehéz-e számára az a kereszteződés. (Az hogy nehéz, a kereszteződés tulajdonsága, nem azon múlik, merről érkezik oda és merre akar rajta áthaladni.)

   Adjon algoritmust, amivel meg lehet határozni, hogy az autós az egyik adott csúcsnál levő otthonából mely csúcsokba tud autóval úgy eljutni, hogy útja során két nehéz csúcs soha nem jön közvetlenül egymás után. Az algoritmus lépésszáma szomszédossági listás megadás esetén legyen $O(n + m)$.
10. Adjon $O(n + m)$ lépésszámú algoritmust a 7(b) feladatra.
11. Adjunk algoritmust, mely egy éllistával megadott irányítatlan gráfban vagy talál egy kört, vagy igazolja a gráf körmentességét $O(n)$ időben (függetlenül attól, hogy m akár sokkal nagyobb is lehet, mint n)!
12. A szomszédossági listával adott egy összefüggő, irányított G gráf, melynek minden éle az $1, 2, \ldots, k$ egész számok valamelyikével van súlyozva. Egy út értéke legyen az úton található élek súlyainak *maximuma*. Adott a gráf két csúcsa, x és y. Adjon $O(m \log k)$ lépésszámú algoritmust annak meghatározására, hogy mennyi a lehető legkisebb értékű x-ből y-ba vezető út értéke.
13. Éllistával adott egy irányított G gráf. A gráf minden csúcsához hozzá van rendelve egy 1 és 100 közötti egész szám (címke), több csúcsnak is lehet ugyanaz a címkéje. Találjunk (ha létezik) olyan *tarka* utat a gráfban, amelyben minden $1 \le i \le 100$ címke pontosan egyszer fordul elő. Az algoritmus lépésszáma legyen $O(m + n)$.