1. Tegyük fel, hogy P ≠ NP. Határozzuk meg, hogy P-beliek vagy NP-teljesek-e az alábbi problémák.
   (a) Bemenet: egy $5k$-csúcsú G gráf.
   Kérdés: van-e G-ben pontosan k-élű kör?
   (b) Bemenet: egy G gráf.
   Kérdés: van-e G-ben pontosan 5-élű kör?

2. Bizonyítsuk be, hogy ha MAXKLIKK ∈ P, akkor SAT ∈ P is teljesül. (vizsga2, 2022.)

---

3. Lássuk be az alábbi eldöntési problémáról, hogy NP-teljes.
   Bemenet: egy G gráf.
   Kérdés: le lehet-e fedni G csúcsait pontosan 42 darab páronként pontdiszjunkt körrel? (zh2, 2023.)

4. Tegyük fel, hogy P ≠ NP. Határozzuk meg, hogy P-beliek vagy NP-teljesek-e az alábbi problémák.
   (a) Bemenet: $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{Z}_+$.
   Kérdés: ki lehet-e választani az $a_1, \ldots, a_n$ számok közül legfeljebb 2015 darabot úgy, hogy az összegük 2^{2015} legyen? (vizsga2, 2015.)
   (b) Bemenet: $s_1, \ldots, s_n \in \mathbb{Z}_+$.
   Kérdés: van-e az $\{s_1, \ldots, s_n\}$ halmaznak olyan partíciója S_1 és S_2 részhalmazokra, hogy $s_1 \in S_1$ és $s_2 \in S_2$, valamint az S_1-beli és S_2-beli számok összege megegyezik? (vizsga3, 2015.)

5. Igazoljuk, hogy ha 3SZÍN ∈ coNP, akkor NP ⊆ coNP. (vizsga3, 2007. alapján)

6. Egy ország számos városában készülnek tollaslabda-csarnokot építeni. Ha egy városban új tollaslabda-csarnok épül, akkor ott mindenki boldog lesz. Minden $1 \leq i \leq n$ esetén adott, hogy az i-edik városban m_i petákba kerül a helyi adottságoknak megfelelő csarnok építése, és hogy p_i lakos él ebben a városban. Adott még továbbá egy M és egy k pozitív egész szám. Azt szeretnénk eldönteni, hogy legfeljebb M petákból meg lehet-e úgy építeni tollaslabda-csarnokokat az országban, hogy legalább k ember legyen az építkezések miatt boldog. Feltéve, hogy P ≠ NP, vagy adjunk a problémára polinomiális algoritmust, vagy mutassuk meg, hogy a probléma NP-teljes. (zh, 2015. alapján)

---

7. Mutassuk meg, hogy az alábbi eldöntési problémák NP-teljesek.
   (a) Bemenet: egy G gráf.
   Kérdés: meg lehet-e színezni G csúcsait 3 színnel úgy, hogy legfeljebb egy olyan éle legyen G-nek, aminek a végpontjai azonos színűek? (vizsga3, 2019.)
   (b) Bemenet: egy G gráf, melynek páros sok csúcsa van, és a csúcsok fele pirosra, a másik fele kékre vannak színezve.
   Kérdés: van-e G-ben olyan Hamilton-kör, ami egy piros és egy kék ívből áll? (pzh2, 2023.)

8. Tegyük fel, hogy P ≠ NP. Határozzuk meg, hogy P-beliek vagy NP-teljesek-e az alábbi problémák.
   (a) Bemenet: egy G páros gráf és $k \in \mathbb{Z}_+$ szám.
   Kérdés: igaz-e, hogy $\tau(G) \leq k$?
   (b) Bemenet: egy G gráf és $k \in \mathbb{Z}_+$ szám.
   Kérdés: igaz-e, hogy $\tau(G) \leq k$?

9. Bizonyítsuk be, hogy ha egy X eldöntési problémáról be tudnánk látni, hogy $X \in \text{NP} \setminus \text{P}$, akkor MAXFTLN ∉ P. (pzh2, 2024.)

10. Az árvíz n kritikus helyen fenyegeti a gátakat. Minden $1 \leq i \leq n$ esetén adott, hogy az i-edik kritikus helyen a gát megfelelő megerősítéséhez h_i darab homokzsák kell; ha az erősítés nem történik meg vagy csak kevesebb homokzsákkal, akkor itt biztosan k_i mértékű kárt okoz a folyó. Adott egy $Z > 0$ és egy $k > 0$ egész szám. Azt szeretnénk meghatározni, hogy összesen legfeljebb Z homokzsák felhasználásával elérhető-e, hogy a teljes kár legfeljebb k legyen, ha a meg nem erősített pontokon keletkező károk összeadódnak. Feltéve, hogy P ≠ NP, vagy adjunk a problémára egy polinomiális algoritmust, vagy mutassuk meg, hogy a probléma NP-teljes. (vizsga1, 2010.)

11. Egy n emberből álló szervezetben b-féle bizottság működik. Bizottsági ülések időpontját akarjuk kitűzni. Két különböző bizottság ülése akkor lehet azonos napon, ha nincs olyan ember, aki mindkét bizottságnak tagja. Legyen adott egy k pozitív egész szám és minden bizottsághoz a tagok névsora. Azt szeretnénk eldönteni, hogy a b bizottsági ülés kitűzhető-e összesen legfeljebb k különböző napra. Feltéve, hogy P ≠ NP, vagy adjunk a problémára egy polinomiális algoritmust, vagy mutassuk meg, hogy a probléma NP-teljes. (vizsga4, 2006.)