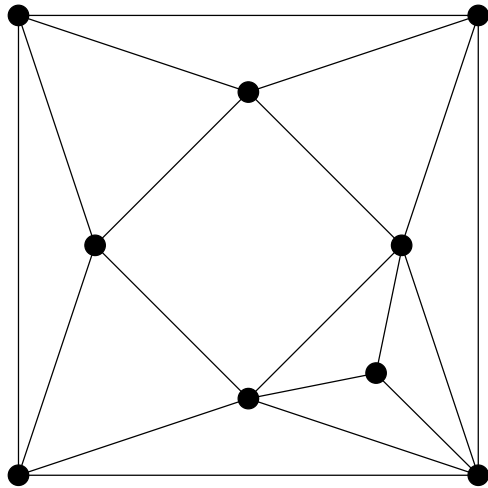


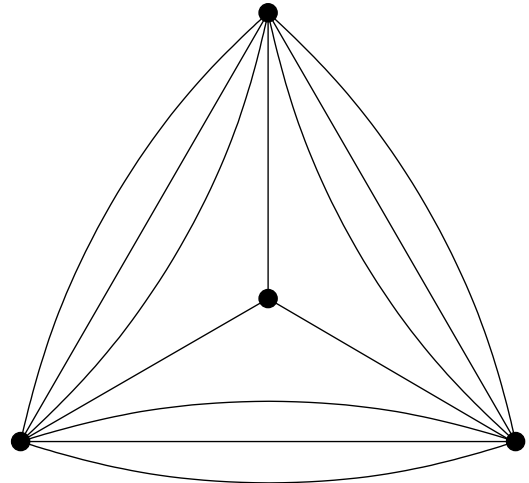
Bevezetés a számításelméletbe II.
GyakIV feladatok — 2005. május 26.

1. Egy 2005 csúcsú, összefüggő, egyszerű G gráfban minden pont foka ugyanannyi. Bizonyítsuk be, hogy G élhalmaza felbontható diszjunkt részalmazokra úgy, hogy minden részalmaz élei kört alkotnak G -ben!

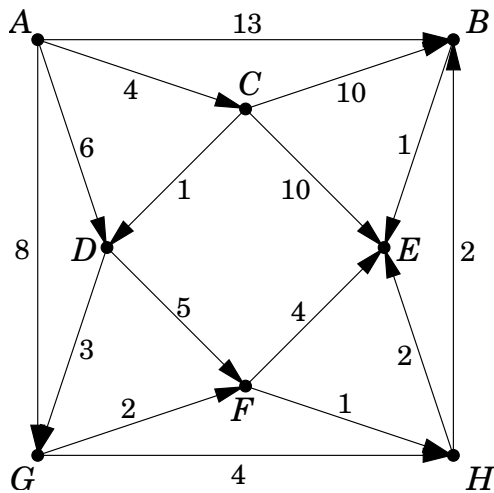
2. Döntsük el az alábbi gráfról, hogy perfekt-e!



3. Határozzuk meg az alábbi gráf élkromatikus számát!



4. Bontsuk emeletekre a PERT diagram irányított gráfját, majd határozzuk meg a feladat elvégzéséhez szükséges minimális időt és a kritikus részfeladatokat!



5. Egy $2n$ csúcsú, $(n - 1)$ -szeresen összefüggő, G egyszerű gráfról tudjuk, hogy $\tau(G) \geq n$ (ahol $\tau(G)$ a G -beli lefogó pontok minimális számát jelöli és $n \geq 1$ egész). Bizonyítsuk be, hogy G -ben van teljes párosítás!

6. A G egyszerű, páros gráf szomszédossági mátrixát jelölje A . Határozzuk meg G -t, ha tudjuk, hogy az $A^2 + A$ mátrix elemei között csak kétféle érték fordul elő és ezek közül az értékek közül az egyik a 2005. (Az összes megoldást adjuk meg!)

7. Valamely n egészre teljesül, hogy $2n + 2$ és $34n + 1$ ugyanazt a maradékot adják 157-tel osztva. Mi lehet ez a közös maradék?

8. A H halmaz elemei legyenek a síknak azok a pontjai, amelyeknek mindkét koordinátája pozitív. (Azaz: $H = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}, x, y > 0\}$.) Értelmezzük H -n a $*$ műveletet a következőképpen:

$$(x_1, y_1) * (x_2, y_2) = (x_1 \cdot x_2^{y_1}, y_1 \cdot y_2).$$

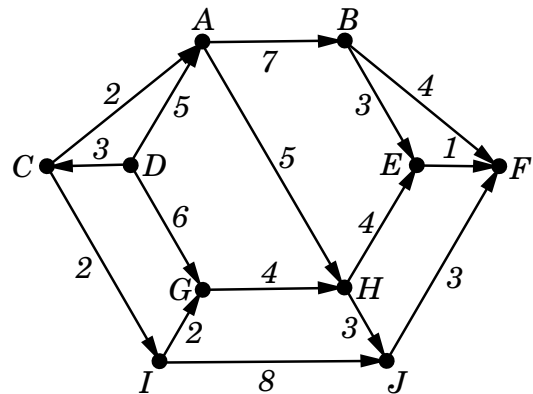
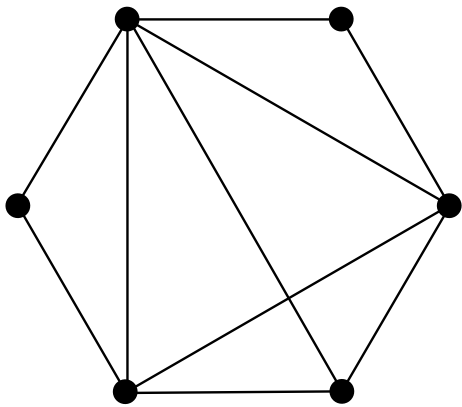
(A \cdot jel a hagyományos szorzást jelöli. Így például $(2, 3) * (4, 5) = (128, 15)$.) Döntsük el, hogy H csoportot alkot-e a $*$ műveletre nézve!

Bevezetés a számításelméletbe II.

GyakIV feladatok

2005. június 2.

1. Egy n csúcsú G egyszerű gráfra teljesül, hogy bármelyik élét elhagyva a maradék gráfban van Hamilton-kör. Bizonyítsuk be, hogy G -nek legalább $\frac{3}{2}n$ éle van!
2. A G gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, \dots, 2005\}$. Az $x, y \in V(G)$ csúcsok akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $x \not\equiv y \pmod{13}$. Határozzuk meg G kromatikus számát!
3. Döntsük el az alábbi gráfról, hogy intervallumgráf-e!
4. Bontsuk emeletekre a PERT diagram irányított gráfját, majd határozzuk meg a feladat elvégzéséhez szükséges minimális időt és a kritikus részfeladatokat!



5. Egy $2n$ pontú G páros gráfra teljesül, hogy bárhogy is választunk ki a csúcsai közül $(n+1)$ -et, a kiválasztott csúcsok között található szomszédos csúcspár. Bizonyítsuk be, hogy G -ben létezik teljes párosítás!
6. Legyen G egy n pontú páros gráf és legyen $1 \leq k \leq n-2$ egész szám. Mutassuk meg, hogy ha G -ben minden pont foka legalább $(n+3k-2)/4$, akkor a G gráf k -szorosán összefüggő!
7. Valamely n egészre teljesül, hogy $40n+7$ és $7n+14$ ugyanazt a maradékot adják 161-gyel osztva. Milyen maradékot ad $2n+2$ 161-gyel osztva?
8. Az alábbi állításokról döntsük el, hogy igazak-e!
 - a) Ha egy (tetszőleges) véges G csoportban van 2 rendű elem, akkor G rendje páros.
 - b) Ha egy (tetszőleges) véges G csoport rendje páros, akkor G -ben van 2 rendű elem.