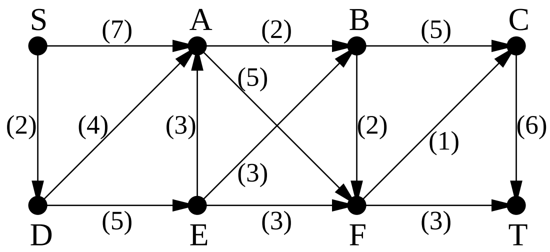
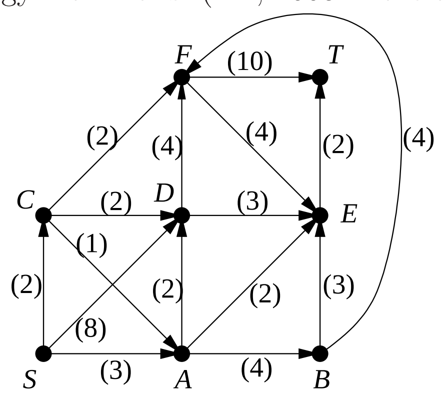
1. Keress az ábrán látható hálózatban maximális folyamot!



---

2. Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamot (S-bõl T-be) és bizonyítsuk is be róla, hogy maximális! (ZH, 2003. március 27.)



3. Bizonyítsd be, hogy minden n pontú G gráfra fennállnak az alábbi egyenlõtlenségek (ahol $\chi(G)$ a kromatikus számot, $\alpha(G)$ a független pontok maximális számát jelöli)!

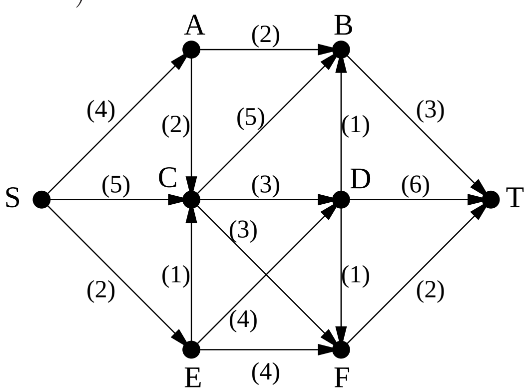
a) $\chi(G) + \alpha(G) \leq n + 1$
b) $\chi(G) \cdot \alpha(G) \geq n$

4. Egy kisváros úthálózata csupa egyirányú utcából áll. A polgármester minden hétköznap reggel autóval megy otthonról a városházára. A fejébe veszi, hogy úgy szeretné ezt megtenni, hogy minden utcán egy hét alatt legföljebb egyszer menjen végig (a hazafelé utak és a hétvégék nem számítanak).

a) Adj meg olyan algoritmust, amely a kisváros térképe alapján eldönti, hogy ez megtehetõ-e!
b) Oldd meg a feladatot arra az esetre is, ha a kisvárosban kétirányú utcák is vannak!

---

5. Keress az ábrán látható hálózatban maximális folyamot S-bõl T-be (és bizonyítsd is be, hogy maximális)!



6. Bizonyítsd be, hogy minden e élû G gráfra fennállnak az alábbi egyenlõtlenségek (ahol $\chi_e(G)$ az élkromatikus számot, $\nu(G)$ a független élek maximális számát jelöli)!

a) $\chi_e(G) + \nu(G) \leq e + 1$ (ZH, 2005. március 31.)
b) $\chi_e(G) \cdot \nu(G) \geq e$

7. Tegyük fel, hogy a $G = (A, B; E)$ egyszerû páros gráf A színosztálya a $v_1, v_2, \ldots, v_k$ pontokból áll, továbbá hogy a v_i csúcs fokszámára $d(v_i) \geq i$ teljesül $i = 1, 2, \ldots, k$ esetén. Mennyi $\tau(G)$ értéke, azaz a G gráfban a lefogó pontok minimális száma? (ZH, 2006. március 30.)

8. Mutassuk meg, hogy $\nu(G) \geq \dfrac{e}{\Delta(G) + 1}$ teljesül minden e élû G egyszerû gráfra, ahol $\nu(G)$ független élek maximális számát, $\Delta(G)$ pedig a G-beli maximális fokszámot jelöli. (ZH, 2005. május 9.)

9. A G irányított gráf csúcsai legyenek az $1, 2, \ldots, 2k$ egész számok. Az a számból akkor vezessen egy irányított él b-be, ha $a < b$. Az a-ból b-be vezetõ él kapacitása legyen $b - a$. Mennyi az így kapott hálózatban az 1-bõl $2k$-ba vezetõ maximális folyam értéke?