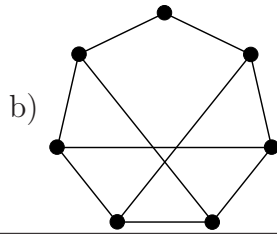
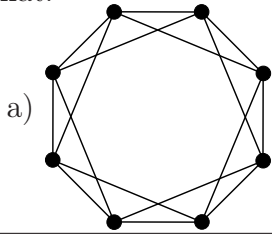
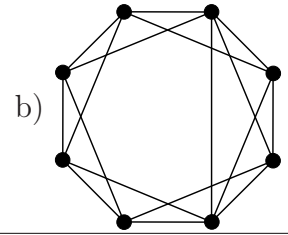
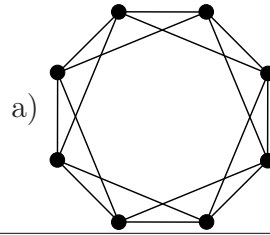


1. Határozd meg az alábbi gráfok élkromatikus számát!



2. Az alábbi gráfokról dönts el, hogy perfektek-e!



3. A 10 csúcsú  $G$  gráf két (közös csúcs nélküli) 5 pontú útból készült úgy, hogy az egyik út minden csúcsát összeköttöttük a másik út minden csúcsával. Határozzuk meg  $\chi_e(G)$ -t, azaz  $G$  élkromatikus számát! (ZH, 2012. március 12.)

4. Egy gráf csúcsai a 100-nál nem nagyobb pozitív egészek, két különböző csúcsot összeköttünk, ha az összegük osztható hárommal. Perfekt-e a gráf? (ZH, 2010. március 25.)

5. 64 kockacukorból építettünk egy  $(4 \times 4)$ -es nagyobb kockát (amelynek tehát az élhosszúsága 4 kockacukornyi). A  $G$  gráf csúcsai legyenek a kockacukrok, két különböző csúcs pedig akkor legyen szomszédos  $G$ -ben, ha a megfelelő két kockacukor közös lap mentén szomszédosak az építményben. Határozzuk meg  $\chi_e(G)$ -t, vagyis a  $G$  élkromatikus számát! (ZH, 2011. március 17.)

6. a) Legyenek egy  $G$  gráf csúcsai azok a  $10^{100}$ -nál nem nagyobb pozitív egész számok, amelyeknek van 20-nál kisebb prímosztója.  $G$  két csúcsa pontosan akkor alkot élet, ha a megfelelő pozitív egészek relatív prímek. Állapítsuk meg  $G$  kromatikus számának értékét! (ZH, 2002. június 4.)

b) Igaz-e, hogy  $G$  perfekt?

7. Tekintsük azokat az intervallumokat a számegyenesen, amelyeknek mindkét végpontja 1 és 100 közötti egész szám, a hosszuk legalább 1 és legföljebb 4, valamint legalább az egyik végpontjuk páros szám. Határozzuk meg az ezek által meghatározott intervallum-gráf kromatikus számát!

8. Egy 2012 pontú kör minden élét helyettesítettük 3 vagy 4 párhuzamos éllel; hogy éppen 3-mal vagy 4-gyel, azt minden élre véletlenszerűen döntöttük el. Mutassuk meg, hogy a kapott  $G$  gráfra  $\chi_e(G) = \Delta(G)$  teljesül. (ZH, 2012. május 7.)

9. Határozd meg a 2007 csúcsú teljes gráf élkromatikus számát!

10. Legyen  $G_n$  az a gráf, amit úgy kapunk, hogy felosztjuk a  $K_{n,n}$  teljes páros gráf egy  $uv$  élét, azaz töröljük  $uv$ -t és bevezetünk egy új  $x$  csúcsot, illetve az  $xu$  és  $xv$  éleket. Adjuk meg az összes olyan pozitív egész  $n$  számot, melyre  $G_n$  perfekt! (ZH, 2006 március 30.)

11. Tegyük fel, hogy a  $G$  gráfnak  $n = 9999$  pontja van, legyen a maximális fokszáma  $\Delta(G) = 2006$ , élkromatikus száma pedig  $\chi_e(G) = 2006$ . Bizonyítsuk be, hogy  $G$ -nek van 2006-nál kisebb fokszámú csúcsa! (ZH, 2006. március 30.)

12. Legyen  $G$  perfekt gráf. Az alábbi állításokról döntsük el, hogy feltétlenül igazak-e! (ZH, 2011. március 17.)

- Ha  $G$ -ből elhagyunk egy élt, a kapott gráf is perfekt.
- Ha  $G$ -hez hozzáveszünk egy élt, a kapott gráf is perfekt.
- Ha  $G$ -ből elhagyunk egy csúcsot (az összes élével együtt), a kapott gráf is perfekt.
- Ha  $G$ -hez hozzáveszünk egy új csúcsot és azt az összes meglévő csúccsal összeköttjük, a kapott gráf is perfekt.