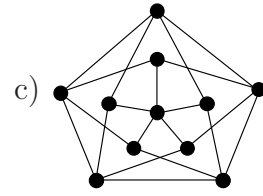
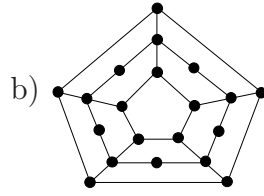
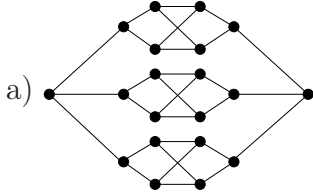


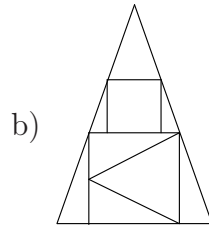
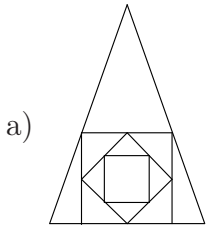
1. Van-e Hamilton-kör az alábbi gráfokban? És Hamilton-út?



2. A G egyszerű gráfnak $2k + 1$ csúcsa van. Az egyik csúcs foka k , az összes többi csúcs foka legalább $k + 1$. Bizonyítsuk be, hogy G -ben van Hamilton-kör! (ZH, 2003. március 27.)

3. Bizonyítsuk be, hogy létezik olyan (tíz-es számrendszerben felírt) n szám, amelyben a szomszédos számjegyek összege sosem 9, viszont bárhogyan is választunk két különböző (0 és 9 közötti) számjegyet, amelyek összege nem 9, a két választott számjegy pontosan egyszer fordul elő n -ben szomszédos helyeken (valamilyen sorrendben). (ZH, 2011. március 17.)

4. Le lehet-e rajzolni az alábbi ábrákat egy vonallal, a ceruza felemelése nélkül? Ha igen, rajzoljuk is le.



5. Egy százfős társaságban fennáll, hogy ha ketten nem ismerik egymást, akkor mindketten ismernek legalább negyven olyan embert, akit a másik nem ismer, továbbá legalább tíz közös ismerősük is van. (Az ismeretségek kölcsönösek.) Igaz-e, hogy ekkor a társaság tagjai leültethetők úgy egy százszemélyes kerek asztal köré, hogy mindenki ismerje a két mellette ülőt? (ZH, 2010. május 18.)

6. Mutassuk meg, hogy ha G egy 16 csúcsú, 6-reguláris, egyszerű, páros gráf, akkor G -nek van Euler-köre. (G 6-reguláris, ha minden csúcsának 6 a foka.)

7. Igazold, hogy ha egy $2k+1$ pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább k , akkor a gráfban van Hamilton-út!

8. Egy 20 tagú társaságban mindenki ugyanannyi embert ismer a többiek közül. Bizonyítsd be, hogy le tudnak ülni egy kör alakú asztal köré vagy úgy, hogy mindenki mindkét szomszédját ismeri, vagy úgy, hogy senki sem ismeri egyik szomszédját sem.

9. Egy képzeletbeli nyelv hangkészlete 10 magánhangzóból és 21 mássalhangzóból áll. Ezen a nyelven nincsenek kettős hangzók és tilos a mássalhangzótorlódás; vagyis sem két azonos hang, sem két különböző mássalhangzó soha nem állhat egymás mellett. (Viszont minden más lehetséges, vagyis bármely két különböző hang állhat egymás után, ha legalább az egyikük magánhangzó.) Legfőljebb milyen hosszú megengedett hangsor készíthető ezen a nyelven, ha a bármely hang többször is felhasználható, de további feltétel, hogy bármely két különböző hang legfőljebb egyszer állhat egymás mellett a hangsorban? (ZH, 2012. március 12.)

10. Egy G egyszerű gráf csúcsainak száma 100, legkisebb fokszáma pedig 80. Mutassuk meg, hogy G tartalmaz 16 olyan Hamilton-kört, melyek közül semelyik kettőnek nincs közös éle. (ZH, 2010. március 25.)

11.

a) Lehetséges-e, hogy egy 100 csúcsú egyszerű reguláris gráf és a komplementere közül egyik sem tartalmaz Hamilton-kört? (ZH, 2010. május 06.)

b) Lehetséges-e, hogy egy 100 csúcsú egyszerű reguláris gráf és a komplementere is tartalmaz Hamilton-kört? (ZH, 2010. május 06.)

c) Lehetséges-e, hogy egy 2011 csúcsú gráf és a komplementere is tartalmazzon Euler-sétát, de egyikük se tartalmazzon Euler-kört? (ZH, 2010. május 18.)

12. Igazold, hogy ha egy egyszerű gráf minden pontjának foka 4, akkor az élei kiszínezhetők piros és kék színekkel úgy, hogy (minden él teljes hosszában egy színű legyen és) minden ponthoz két piros és két kék él illeszkedjék.

13. Legyen $V(G) = \{1; 2; \dots; 100\}$, i és j akkor szomszédosak, ha $i + j$ páratlan. Van-e Hamilton-kör G -ben? Ha van, adjunk is meg egyet.

14. Mutassuk meg, hogy ha G egy 16 csúcsú, 9-reguláris, egyszerű gráf, akkor G -ből elhagyható 8 él úgy, hogy a maradék gráfnak legyen Euler köre.