

1. Oldd meg az alábbi lineáris kongruenciákat!

- a)  $5x \equiv 2 \pmod{11}$
- b)  $26x \equiv 16 \pmod{34}$
- c)  $104x \equiv 74 \pmod{60}$
- d)  $40x \equiv 28 \pmod{62}$

2. Milyen maradékot adhat egy egész szám 92-vel osztva, ha az 54-szerese 24 maradékot ad 92-vel osztva? (ZH, 2003. április 30.)

3. a) Egy százlábú meg akarja számolni a lábait. Azt tudja biológiából, hogy minden százlábúnak legföljebb 344 lába van. Ha 13-asával számolja a lábait, akkor 3 marad ki, ha 17-esével számolja, akkor viszont 10 marad ki. Hánylábú a százlábú?

b) Egy másik százlábú is megirigylti ezt a módszert. Neki 16-osával számolva 5 marad ki, 20-asával számolva pedig 15 marad ki. Bizonyítsd be, hogy elszámolta magát!

c) A százlábúak királyához is eljut a módszer. Neki 6-osával számolva 5 marad ki, 7-esével számolva 6, 8-asával számolva pedig 7. Neki hány lába van?

---

4. Milyen maradékot ad

- a)  $50^{50}$  11-gyel osztva;
- b)  $2^{100}$  45-tel osztva;
- c)  $11^{11^{11}}$  7-tel osztva?

5. Léteznek-e olyan  $x$  és  $y$  pozitív egész számok, amelyekre  $20x + 51y = 2012$  teljesül? Ha igen, adjuk meg az összes ilyen számpárt!

6. Oldd meg az alábbi lineáris kongruenciákat!

- a)  $30x \equiv 48 \pmod{58}$
- b)  $39x \equiv 1 \pmod{100}$
- c)  $170x \equiv 78 \pmod{2006}$  (ZH, 2004. április 29.)

7. Mennyi maradékot ad 22-vel osztva  $3^{22} + 33^{22} + 333^{22}$ ? (ZH, 2010. május 6.)

8. Egy háromjegyű számról tudjuk, hogy 23-mal osztva 4 maradékot ad, továbbá hogy a szám 16-szorosának utolsó két számjegye 28. Mi ez a szám?

9. Határozzuk meg az  $x$  kétjegyű egész számot, ha tudjuk, hogy  $34x + 5$  utolsó két számjegye, valamint  $17x + 10$  utolsó két számjegye megegyezik. (ZH, 2005. május 5.)

10. Tekintsük azt a számtani sorozatot, amelynek első tagja 32, differenciája 51. (A sorozat tagjai tehát: 32, 83, 134, ...) Milyen maradékot ad a sorozat első 32 tagjának szorzata 51-gyel osztva? (ZH, 2005. május 5.)

11.a) Milyen számok állíthatók elő  $20x + 51y$  alakban, ahol  $x$  és  $y$  egész számok?

b) Milyen számok állíthatók elő  $170x + 51y$  alakban, ahol  $x$  és  $y$  egész számok?

c) Milyen számok állíthatók elő  $21x + 33y + 77z$  alakban, ahol  $x$ ,  $y$  és  $z$  egész számok?

12.a) Milyen maradékot adhat egy egész szám 142-vel osztva, ha a 83-szorosa 1 maradékot ad 142-vel osztva? (ZH, 2011. április 21.)

b) Egy  $n$  egész számra teljesül, hogy  $50n$  és  $n + 1$  azonos maradékot ad 178-cal osztva. Mi lehet ez a közös maradék? (ZH, 2011. május 9.)

c) Milyen maradékot adhat az  $n$  egész szám 202-vel osztva, ha  $53n - 1$  osztható 202-vel? (ZH, 2011.05.17.)

d) Határozzuk meg mindazon  $n$  egész számokat, melyekre  $3n + 1 \equiv 6 \pmod{2n}$  teljesül. (ZH, 2008)

13\*. Pataki Ferenc fejszámológépész egyszer a tévében a következő trükköt mutatta be: felkért a közönségből valakit, hogy gondoljon egy háromjegyű számra, szorozza meg 6561-gyel, majd az eredmény utolsó három jegyét közölje. Ebből ő pillanatok alatt kitalálta a gondolt számot. Hogyan csinálta? Utána tudnád-e csinálni, ha használhatsz számológépet, de csak nagyon rövid ideig?