

1. Hányféleképpen lehet 7 fiúból és 10 lányból 5 táncpartner-párt képezni, ha minden párnak egy fiúból és egy lányból kell állnia? (ZH, 2007. december 5.)

2. Egy 30 fős osztály 6 fő diákönkormányzati képviselőtestületet választ maga közül. A testületből (vagyis a 6 ember közül) kijelölnek egy osztályelnököt és egy helyettest is. Hányféleképpen választható ki a képviselőtestület (elnökkel és helyettessel)?

3. a) Egy n elemű halmaznak hány részhalmaza van?

b) Hozd zárt alakra: $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n}$

4. Egy tízfős társaságot két öt fős csapatra szeretnénk osztani, majd mindkét ötös csoporton belül kijelölni egy cserejátékost. Hányféleképpen tehetjük ezt meg? (ZH, 2009. december 16.)

5. Egy kisváros önkormányzati képviselőtestülete 20 fős. Aktuális problémák kezelésére szeretnék 5 darab, egyenként 4 fős bizottságot felállítani.

a) Hányféleképp állíthatják össze a bizottságokat?

b) Hányféleképp állíthatják össze a bizottságokat akkor, ha szeretnénk biztosítani, hogy a polgármester (aki egyike a 20 képviselőnek) legalább az egyik bizottságnak tagja legyen?

A bizottságokra nézve semmilyen egyéb megkötés nincs; így egy képviselő több bizottságnak is tagja lehet és két bizottság állhat akár ugyanazokból a tagokból is. (ZH, 2008. november 25.)

6. Knuckwurst úr elfelejtette a jelszavát és most szeretné kitalálni. A következőkre emlékszik:

a) A jelszó 7 karakterből áll, amelyek mindegyike vagy az angol ábécé 26 betűjének valamelyike, vagy pedig egy (0 és 9 közötti) számjegy

b) A jelszó 4 különböző betűt és 3 különböző számjegyet tartalmaz.

c) A 3 számjegy a jelszóban egymás mellett áll.

(Ezek szerint Knackwurst úr jelszava lehet például *QYT713P*.) Hány olyan jelszó készíthető, amely megfelel a fenti feltételeknek? (ZH, 2008. december 16.)

7. Hány olyan 99 hosszú sorozat készíthető az a, b, c, d, e betűkből, amelyben nincsenek sem szomszédos magánhangzók, sem szomszédos mássalhangzók? (ZH, 2009. november 24.)

8. Hány olyan hétjegyű szám létezik, melyben legalább kétféle különböző számjegy szerepel és ezek egyike sem a 0? (ZH, 2009. december 1.)

9. Knolbach úr elfelejtette a jelszavát és most szeretné kitalálni. A következőkre emlékszik:

a) A jelszó 11 karakterből áll, amelyek mindegyike az A, B, C, D, E és F betűk valamelyike.

b) A fenti hat betű közül az egyik 3-szor ismétlődik; három olyan betű van, ami kétszer ismétlődik, a többi kettő pedig csak egyszer szerepel a jelszóban.

(Ezek szerint Knolbach úr jelszava lehet például *DCABDFFEDBA*.) Hány olyan jelszó készíthető, amely megfelel a fenti feltételeknek? (ZH, 2008. december 2.)

10.a) Hány olyan (10-es számrendszerben felírt) hétjegyű egész szám létezik, melynek az első 4 számjegyéből képzett négyjegyű szám megegyezik az utolsó 4 számjegye alkotta számmal?

b) Hány olyan (10-es számrendszerben) 7-jegyű egész szám létezik, amely felírásában legalább kétféle jegy szerepel?

(ZH, 2010. november 28.)

11. Hányféleképpen választhatunk az első száz pozitív egész közül két különbözőt úgy, hogy az összegük ötten osztható legyen? (ZH, 2007. december 20.)

12*.

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = ?$$