Bevezetés a Számításelméletbe I. — Tizenegyedik gyakorlat
25. kurzus, 2013. november 19.

1. Végezzük el az alábbi mûveleteket a komplex számok halmazán (és az eredményt adjuk meg algebrai alakban)! (ZH, 2010. november 25.)

a) $(3+2i)^2$ b) $(1+17i):(3+i)$ c) $\sqrt[3]{-1000}$

2. Adjuk meg algebrai alakban az alábbi egyenleteknek az összes olyan komplex megoldását, amelynek a valós része és a képzetes része is pozitív! (ZH, 2012. november 22.)

a) $(7-i)\cdot z = 19+33i$ b) $\sqrt{2}\cdot z^5 = -100000-100000i$

3. Adjuk meg algebrai alakban az alábbi egyenleteknek az összes olyan komplex megoldását, amelynek a valós része pozitív! (ZH, 2012. december 3.)

a) $\dfrac{22-21i}{z} = 3-4i$ b) $z^3+125i=0$

4. Adjuk meg algebrai alakban az alábbi egyenletnek az összes olyan komplex megoldását, amelynek a valós része negatív és a képzetes része pozitív! (ZH, 2011. november 24.)

$$\frac{z^5}{512}+\frac{7+3\sqrt{3}i}{4-\sqrt{3}i}=0$$

5. Adjuk meg algebrai alakban az alábbi egyenletnek az összes olyan komplex megoldását, amelynek a valós része negatív és a képzetes része pozitív! (ZH, 2012. december 11.)

$$\frac{z^8}{\sqrt{3}-5i}=16\cdot\frac{z^3}{\sqrt{3}+2i}$$

6. Adjuk meg algebrai alakban az alábbi egyenletnek az összes olyan komplex megoldását, amelynek az argumentuma (valós tengellyel bezárt szöge) 100° és 170° közé esik! (ZH, 2011. december 5.)

$$\frac{z^9}{2^{8,5}}=\frac{3+11i}{4-7i}$$

7. Adjuk meg algebrai alakban az alábbi egyenletnek az összes olyan komplex megoldását, amelynek a valós része és a képzetes része is negatív! (ZH, 2010. december 6.)

$$\frac{5+3i}{3-5i}\cdot z^5+16\cdot\sqrt{3}+16i=0$$

---

8. Végezd el az alábbi mûveleteket!

a) $(4+i)(5-2i)+(4i-1)^2$ b) $\dfrac{4+i}{5-2i}$ c) i^{18} d) $\left|\dfrac{6+3i}{6-3i}\right|$

e) $\dfrac{(1+i)^8}{(1-i)^7}$ f) $(i-1)^{50}$ g) $\sqrt{-5}$ h) $\sqrt{i}$ i) $\sqrt[3]{27i}$

9. Oldd meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán és add meg az eredményt algebrai alakban!

a) $z^2-iz+2=0$ b) $z^2=\overline{z}$ c) $(2i+3)z^3+3i=2$ (ZH, 2006. november 30.)

10. Adjuk meg algebrai alakban az alábbi egyenletnek az összes olyan komplex megoldását, amelynek mind a valós, mind a képzetes része negatív. (ZH, 2008. november 25.)

$$i\cdot z^6=(7+i)^2+\frac{2-30i}{1-i}$$

11*. Határozzuk meg a z komplex számot, ha $z^n=1$ és $z^m=z+2$ teljesül valamely n és m pozitív egészekre. (ZH, 2006. november 30.)

12*. Határozd meg az n-edik egységgyökök összegét és szorzatát!

13. Végezd el az alábbi mûveleteket! Az eredményt (a d) feladat kivételével) algebrai alakban add meg! Számológépet (a c) feladat kivételével) ne használj!

a) $(1-i)^{2000} - i(1+i)^{2002}$ b) $(1-\sqrt{3}i)^9$ c) $(i-3)^{10}$

d) $\sqrt[5]{2i-\sqrt{12}}$ e) $\sqrt[3]{\frac{56-8i}{1+7i}}$ (ZH, 2008. december 16.)

14. Oldd meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán és add meg az eredményt algebrai alakban!

a) $z^2 - iz + 2 = 0$ b) $z^2 = \overline{z}$

15. Oldd meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán és add meg az eredményt algebrai alakban!

a) $(i+3)z^2 + (i+4)z + 2 = 0$ b) $z^2 + (1+i)\overline{z} + 4i = 0$ (ZH, 2008. december 2.)

c) $(2i+3)z^3 + 3i = 2$ (ZH, 2006. november 30.)