

1. Végezzük el az alábbi műveleteket a komplex számok halmazán (és az eredményt adjuk meg algebrai alakban)! (ZH, 2010. november 25.)

a) $(3 + 2i)^2$

b) $(1 + 17i) : (3 + i)$

c) $\sqrt[3]{-1000}$

2. Végezd el az alábbi műveleteket!

a) $(4 + i)(5 - 2i) + (4i - 1)^2$

b) $\frac{4 + i}{5 - 2i}$

c) i^{18}

d) $\left| \frac{6 + 3i}{6 - 3i} \right|$

e) $\frac{(1 + i)^8}{(1 - i)^7}$

f) $(i - 1)^{50}$

g) $\sqrt{-5}$

h) \sqrt{i}

i) $\sqrt[3]{27i}$

3. Oldd meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán és add meg az eredményt algebrai alakban!

a) $z^2 - iz + 2 = 0$

b) $z^2 = \bar{z}$

c) $(2i + 3)z^3 + 3i = 2$ (ZH, 2006. november 30.)

4. Adjuk meg algebrai alakban az alábbi egyenletnek az összes olyan komplex megoldását, amelynek a valós része és a képzetes része is negatív! (ZH, 2010. december 6.)

$$\frac{5 + 3i}{3 - 5i} \cdot z^5 + 16 \cdot \sqrt{3} + 16i = 0$$

5. Adjuk meg algebrai alakban az alábbi egyenletnek az összes olyan komplex megoldását, amelynek a valós része negatív és a képzetes része pozitív! (ZH, 2011. november 24.)

$$\frac{z^5}{512} + \frac{7 + 3\sqrt{3}i}{4 - \sqrt{3}i} = 0$$

6. Adjuk meg algebrai alakban az alábbi egyenletnek az összes olyan komplex megoldását, amelynek az argumentuma (valós tengellyel bezárt szöge) 100° és 170° közé esik! (ZH, 2011. december 5.)

$$\frac{z^9}{28,5} = \frac{3 + 11i}{4 - 7i}$$

7. Végezd el az alábbi műveleteket! Az eredményt (a d) feladat kivételével) algebrai alakban add meg! Számológépet (a c) feladat kivételével) ne használj!

a) $(1 - i)^{2000} - i(1 + i)^{2002}$

b) $(1 - \sqrt{3}i)^9$

c) $(i - 3)^{10}$

d) $\sqrt[5]{2i - \sqrt{12}}$

e) $\sqrt[3]{\frac{56 - 8i}{1 + 7i}}$ (ZH, 2008. december 16.)

8. Oldd meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán és add meg az eredményt algebrai alakban!

a) $z^2 - iz + 2 = 0$

b) $z^2 = \bar{z}$

9. Oldd meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán és add meg az eredményt algebrai alakban!

a) $(i + 3)z^2 + (i + 4)z + 2 = 0$

b) $z^2 + (1 + i)\bar{z} + 4i = 0$ (ZH, 2008. december 2.)

c) $(2i + 3)z^3 + 3i = 2$ (ZH, 2006. november 30.)

10. Adjuk meg algebrai alakban az alábbi egyenletnek az összes olyan komplex megoldását, amelynek mind a valós, mind a képzetes része negatív. (ZH, 2008. november 25.)

$$i \cdot z^6 = (7 + i)^2 + \frac{2 - 30i}{1 - i}$$

11. Határozzuk meg a z komplex számot, ha $z^n = 1$ és $z^m = z + 2$ teljesül valamely n és m pozitív egészekre. (ZH, 2006. november 30.)

12. Határozd meg az n -edik egységgyökök összegét és szorzatát!