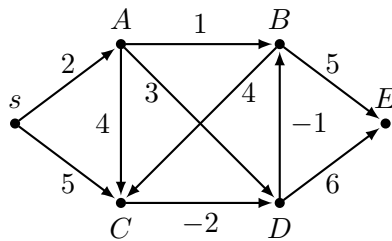
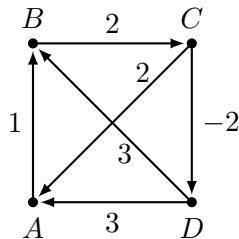


Legrövidebb utak

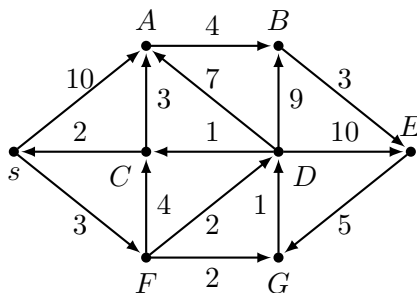
1. Az alábbi gráfban Bellmann–Ford-algoritmussal határozza meg a legrövidebb utat s és a többi csúcs között!



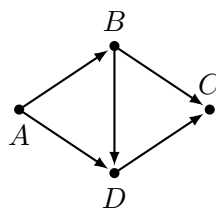
2. Floyd-algoritmussal határozza meg a legrövidebb utat az összes pontpár között a következő gráfban!



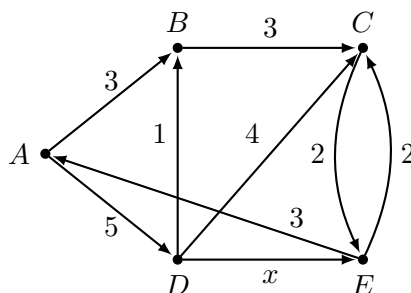
3. Dijkstra algoritmussal határozza meg a legrövidebb utakat s és a többi csúcs között, nyomon követve az algoritmust!



4. Adja meg a következő gráfban az élsúlyokat úgy, hogy a Dijkstra-algoritmus rossz eredményt adjon!



5. Dijkstra-algoritmussal határozza meg az alábbi gráfban az A pontból az összes többi pontba menő legrövidebb utak hosszát az x pozitív valós paraméter függvényében! Minden lépésnél írja fel az aktuális hosszakat tartalmazó D tömb állapotát és a KÉSZ halmaz elemeit!



6. Adja meg az összes olyan minimális élszámú irányított gráfot (élsúlyokkal együtt), amely(ek)re az alábbi táblázat a Dijkstra-algoritmusból szereplő $D[]$ tömb változásait mutathatja! Adja meg a legrövidebb utakat tartalmazó $P[]$ tömb állapotait is!

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
0	2	6	∞	∞	7
0	2	5	9	∞	6
0	2	5	6	9	6
0	2	5	6	8	6
0	2	5	6	7	6

7. Egy G irányított gráfban pontosan egy él súlya negatív de nincs a gráfban negatív összsúlyú irányított kör. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust az $s \in V(G)$ pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására!
8. Legyen $G = (V, E)$ mátrixszal adott n pontú, súlyozott élű irányított gráf. Tegyük fel, hogy G nem tartalmaz negatív összhosszúságú irányított kört, továbbá azt, hogy a G -beli egyszerű irányított utak legfeljebb 25 élből állnak. Javasoljon $O(n^2)$ költségű módszert az $1 \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának meghatározására!
9. Egy város úthálózatát egy szomszédossági mátrixával adott n csúcsú irányított gráf írja le. A gráf egyik csúcsában levő állatkertből öt elefánt megszökött. Szerencsére már elfogták őket, a város öt különböző pontján vannak egy-egy ketrecbe zárva. Szeretnénk egy elefánt-szállító autóval mindet begyűjteni, de az elefántok és az autó is nehéz, nem minden úton tudunk vele haladni. Minden élre ismert, hogy ott hány elefánttal tudunk közlekedni és ismert az élhez tartozó út hossza is. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy be tudjuk-e egy körben gyűjteni az összes elefántot az állatkertből indulva és öt elefánttal oda visszaérkezve. és ha ez lehetséges, akkor javasol is egy legrövidebb útvonalat! (Ha egy elefántot felvettünk, akkor azt csak az állatkertben engedjük ki.)
10. Nyári utazásunkra valutát akarunk váltani. A pénzváltó n különböző valutával foglalkozik, a j . fajta 1 egységéért r_{ij} -t kell fizetni az i . pénznemben. (Pl. ha a j . a dollár, az i . a forint, akkor $r_{ij} = 252$ lehet.) Az r_{ij} tömb felhasználásával adjon $O(n^3)$ lépéses algoritmust, amely minden valutapérra meghatározza, hogy mi az elérhető legjobb átváltási arány, ha feltesszük, hogy az átváltásokért nem számolnak fel külön költséget. (Az i -ről a j -re való átváltás történhet több lépcsőben is, érdemes lehet előbb i -ről k_1 -re konvertálni, onnan k_2 -re, stb és végül a j -re.)