

Kupacok

1. A 10 elemű  $A$  tömb első 8 elemére legyen  $A[i] = 2i$  ( $1 \leq i \leq 8$ ), és tekintsük ezt, mint egy 8 elemű kupacot. Rajzolja le az ehhez tartozó fát! Hajtsa végre rajta a BESZŰR(3), BESZŰR(1), MINTÖR műveletsort! Rajzolja le az egyes műveletek után a kupacot (és jelezze a közben szükséges részlépéseket is)!
2.
  - a) Építsen kupacot a tanult lineáris idejű módszerrel a 7, 3, 5, 8, 10, 1, 6, 4 tömbből! Minden lényegi lépés után rajzolja fel az aktuális állapotot!
  - b) A tanult eljárással szűrje be a kapott kupacba a 2-t!
3. Igaz-e, hogy az  $A[1] = 3$ ,  $A[2] = 15$ ,  $A[3] = 10$ ,  $A[4] = 25$ ,  $A[5] = 29$ ,  $A[6] = 17$ ,  $A[7] = 28$ ,  $A[8] = 30$  tömb egy kupacot tartalmaz? Ha igen, rajzolja le a kupacot és a rajzon hajtsa végre a BESZŰR(11) műveletet!
4. Egy kupacba beraktunk egy új  $x$  elemet, majd végrehajtottunk egy MINTÖR műveletet. Mikor fordul elő, hogy végül az eredeti kupacot kapjuk vissza?
5. Az  $A[1 : 2n]$  tömb egy kupacot reprezentál.
  - a) Igaz-e, hogy az  $A[1 : n]$  tömb biztosan egy kupacot reprezentál?
  - b) Igaz-e, hogy az  $A[n + 1 : 2n]$  tömb biztosan egy kupacot reprezentál?
6. Adott egy  $n$  és egy  $k$  elemet tartalmazó kupac. Adjon egy  $O(n + k)$  összehasonlítást használó algoritmust egy olyan kupac létrehozására, ami a két kupacban tárolt elemeket tartalmazza. (Tegyük fel, hogy a két kupacban csupa különböző elem van.)
7. Adjon *hatékony* algoritmust egy kupac tizedik legkisebb elemének meghatározására!
8. Adott egy  $n$  elemet tartalmazó kupac és egy  $k$  kulcs. Keressük meg a kupac  $k$ -nál kisebb elemeit! Ha  $m$  ilyen elem van, akkor az algoritmus  $O(m)$  elemi lépést használhat.
9. Igazolja, hogy egy  $n$  elemből álló kupac felépítése  $\Omega(n)$  összehasonlítást igényel!
10. Egy orvosi rendelőben a regisztrációnál kell bejelentkezni, ahol az ott dolgozók eldöntik, hogy a beteg az épp rendelő két orvos közül  $A$ -hoz vagy  $B$ -hez kell kerüljön, vagy bármelyikükhöz kerülhet. Ezen kívül, a beutaló ismeretében, a beteghez egy, a sürgősséget kifejező, számot is rendelnek. Amikor valamelyik orvos végzett egy beteggel, akkor azon betegek közül, akiket nem csak a másik orvos láthat el behívja a legnagyobb sürgősségi számút. Tegyük fel, hogy a kiosztott sürgősségi számok egymástól különbözőek. Irjon le egy olyan adatszerkezetet, ami abban az esetben ha  $n$  beteg v rakozik, akkor a regisztráción az új beteg beillesztését, illetve az orvosoknak a következő beteg kiválasztását  $O(\log n)$  lépésben lehetővé teszi!
11. Adjon konstans szorzó erejéig optimális költségű algoritmust az alábbi problémára!  
 INPUT: Egy  $A[1 : n]$  tömb, amely eredetileg az  $1, \dots, n$  számokat tartalmazta kupacba rendezve, de öt elem megsérült, és a helyükre  $*$  került.  
 FELADAT: Találjuk meg a tömb összes olyan kitöltését, ami lehetett az eredeti!
12. Tervezzünk olyan adatszerkezetet, ami egy rendezett halmaz elemeinek tárolására szolgál. A megvalósítandó műveletek:  
 FELÉPIT( $n$ ):  $n$  elemből felépíti a struktúrát  
 MINTÖR, MAXTÖR: a min. illetve max. elem törlése  
 BESZŰR( $x$ ): az  $x$  elemet a struktúrába illeszti.  
 Az egyes műveletek költsége, amikor  $n$  tárolt elem van legyen a következő: FELÉPIT:  $O(n)$ , MINTÖR, MAXTÖR, BESZŰR:  $O(\log n)$ .