A Számítástudomány alapjai

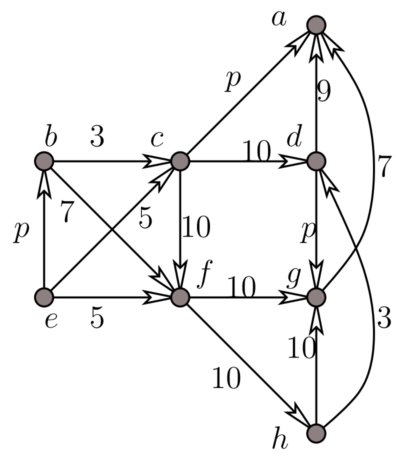
1. ZH 2023. XI. 2. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** és a mai dátumot a dolgozat első lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Íróeszeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. A feladatlapra írni nem szabad. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$-gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: sikertelen, 24-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 24 pontos legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá.

Jó munkát!

Feladatok



1. Legyen G az ábrán látható gráf **irányítatlan** változata. Határozzuk meg $p = 42$ mellett a G gráf egy minimális költségű feszítőfájának költségét. Lehetséges-e egyetlen 10 költségű él költségét úgy 7-re csökkenteni, hogy az így kapott költségfüggvényre a minimális költségű feszítőfa költsége ugyanannyi maradjon, mint amennyi az eredeti költségfüggvény esetén volt?
2. Legyen G az ábrán látható gráf **irányítatlan** változata. Futtassuk le G egy szélességi bejárását az e csúcsból indítva. Határozzuk meg, hogy ebben a bejárásban milyen sorrendben fejeztük be a c, d, f és g csúcsokat. Határozzuk meg e négy csúcs összes olyan sorrendjét ami egy e-ből indított BFS bejárás befejezési sorrendjéből adódhat. (Az élekre írt számokkal ne törődjünk.)
3. Határozzuk meg $p = 1$-re az ábrán látható PERT probléma minimális végrehajtási idejét és a kritikus tevékenységeket!
4. Legyen G az ábrán látható gráf **irányítatlan** változata. Legkevesebb hány élt kell törölni a G gráfból ahhoz, hogy a kapott gráfnak legyen Euler-körsétája?

   (Az élekre írt számokkal ne törődjünk.)
5. Legyen G az ábrán látható gráf **irányítatlan** változata. Síkbarajzolható-e az a G' gráf, amit G-ből az ah, cg és df élek behúzásával kapunk?

   (Az élekre írt számokkal ne törődjünk.)

$\boxed{\star}$ Tegyük fel, hogy az F fának 101 csúcsa van és F leveleit pirosra színeztük. Legyen F' az a fa, amit F-ből a pirosra színezett csúcsok törlésével kapunk. Színezzük F' leveleit fehérre, és az ezután is színezetlen csúcsokat pedig zöldre. Tudjuk, hogy minden zöld csúcsa negyedfokú F'-ben és a fehér csúcsok száma 21-gyel több a zöld csúcsokénál. Hány piros csúcsa van F-nek?

Gyakorlatok: Varga Kitti (11, 15, IB138), Kabódi László (12, 16, IB139), Vincze András (13, IB140), Szakács Lili Kata (14, IB145), Varga Eszter (17, IB140), Garami Bence (18, IB145), Kaszanitzky Viktória (I1, IB144), Fleiner Tamás (19, I2, IB134).

A Számítástudomány alapjai

2. ZH 2023. XI. 30. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** és a mai dátumot a dolgozat első lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. A feladatlapra írni nem szabad. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$-gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: sikertelen, 24-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 24 pontos legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá.

Jó munkát!

Feladatok

1. Van-e olyan megoldása az alábbi egyenletrendszernek, ahol $x_3 = 4$? Ha igen, akkor egy ilyen megoldás mellett milyen értéket vehet fel az x_1x_2 szorzat?

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &= 9 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 &= 27 \\ 4x_1 + 6x_2 - 7x_3 + 3x_4 &= 42 \end{aligned}$$

2. Alteret alkotnak-e $\mathbb{R}^4$-ben azok az $\underline{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^\top$ oszlopvektorok, amelyekre x_1, x_2, x_3, x_4 vagy x_2, x_3, x_4, x_1 számtani sorozatot alkot?

3. Generátorrendszert alkotnak-e $\mathbb{R}^4$-ben az $\underline{u} = (-1, 2, 4, 8)^\top$, $\underline{v} = (1, 3, 9, 27)^\top$ és $\underline{w} = (4, 2, 42, 24)^\top$ oszlopvektorok?

4. Számítsuk ki az $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 9 & 10 \\ 9 & 81 & 100 \end{vmatrix}$ determináns értékét!

5. Egy ásatáson feltárt kőtáblán egy $AB = C$ mátrixszorzás szerepel, de a $\boxed{?}$-t tartalmazó mezők nem olvashatók ki, csak az alábbiak látszanak:
$A = \begin{pmatrix} \boxed{?} & -2 \\ \boxed{?} & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ \boxed{?} & 1 & \boxed{?} \end{pmatrix}$ és $C = \begin{pmatrix} 12 & \boxed{?} & -11 \\ -1 & -2 & \boxed{\mathbf{?}} \end{pmatrix}$.
Határozzuk meg a C mátrix jobb alsó elemét!

$\boxed{\star}$ Legyen $f(p,q) := \begin{vmatrix} 2 & 7 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 6 & q \\ p & 1 & 42 & 3 \\ 8 & 6 & 1 & -1 \end{vmatrix}$. Rögzíthető-e a q paraméter értéke úgy, hogy $f(p,q)$ ne függjön p-től, azaz $f(p_1,q) = f(p_2,q)$ teljesüljön tetszőleges p_1, p_2 esetén? Ha igen, akkor adjuk meg az összes ilyen q paraméterértéket!

Gyakorlatok: Varga Kitti (11, 15, IB138), Kabódi László (12, 16, IB139), Vincze András (13, IB140), Szakács Lili Kata (14, IB145), Varga Eszter (17, IB140), Garami Bence (18, IB145), Kaszanitzky Viktória (I1, IB144), Fleiner Tamás (19, I2, IB134).

A Számítástudomány alapjai

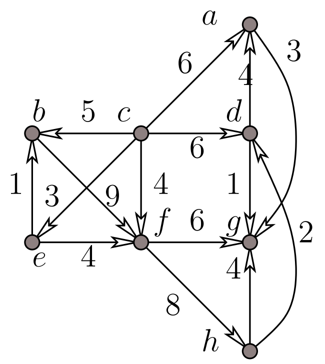
1. pótZH 2023. XI. 20. 18h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** és a mai dátumot a dolgozat első lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. A feladatlapra írni nem szabad. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$-gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: sikertelen, 24-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 24 pontos legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá.

Jó munkát!

Feladatok

1. Legyen G az ábrán látható gráf **irányítatlan** változata. Határozzuk meg a G gráf egy minimális költségű feszítőfáját, és dokumentáljuk az algoritmus futását. Lehetséges-e egy 6 költségű él költségét 22-re növelni úgy, hogy az új költségfüggvény szerint minimális költségű feszítőfa költsége ugyanannyi maradjon, mint amennyi az eredeti költségfüggvény esetén volt?



2. Legyen G az ábrán látható gráf **irányítatlan** változata. Futtassuk le a G gráfra a Dijkstra-algoritmust a b gyökérből. Határozzuk meg a c, d, f és g csúcsok U_i (KÉSZ) halmazba kerülésének összes lehetséges egymás közti sorrendjét egy b-ből indított Dijkstra algoritmus lefutásakor.
3. Határozzuk meg az ábrán látható PERT probléma minimális végrehajtási idejét! Elérhető-e a cd élre írt szám megváltoztatásával, hogy egy korábban kritikus tevékenység a változtatás után ne legyen kritikus?
4. Legyen G az ábrán látható gráf **irányítatlan** változata. Van-e G-nek Hamilton-köre? Ha van, akkor legkevesebb hány élt kell törölni G-ből, hogy a kapott gráfnak ne legyen Hamilton-köre? (Az élekre írt számokkal ne törődjünk.)
5. Legyen G az ábrán látható gráf **irányítatlan** változata. Síkbarajzolható-e az a G' gráf, amit G-ből az bd és eg élek behúzásával kapunk?

(Az élekre írt számokkal ne törődjünk.)

$\boxed{\star}$ Legfeljebb hány csúcsa lehet egy olyan G gráfnak, amelynek 123 éle van, és minden élét ki lehet színezni a piros, fehér vagy zöld színek valamelyikére úgy, hogy G bármely két csúcsa között vezessen csupa piros, csupa fehér és csupa zöld élből álló út is?

Gyakorlatok: Varga Kitti (11, 15, IB138), Kabódi László (12, 16, IB139), Vincze András (13, IB140), Szakács Lili Kata (14, IB145), Varga Eszter Anna (17, IB140), Garami Bence (18, IB145), Kaszanitzky Viktória (I1, IB144), Fleiner Tamás (19, I2, IB134).

A Számítástudomány alapjai

2. pZH 2023. XII. 13. 10h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** és a mai dátumot a dolgozat első lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. A feladatlapra írni nem szabad. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$-gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: sikertelen, 24-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 24 pontos legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá.

Jó munkát!

Feladatok

1. Van-e olyan megoldása az alábbi egyenletrendszernek, ahol $x_3 = 2x_4 - 1$? Ha igen, akkor határozzuk meg az összes ilyen megoldást!

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 - 2x_4 &= 5 \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 - 3x_4 &= 6 \\ 2x_1 + 8x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= 5 \end{aligned}$$

2. Altér-e $\mathbb{R}^3$-ban a $V = \left\{(x, y, z)^\top : x + y + 2z \geq 0\right\}$ vektorhalmaz?

3. Döntsük el, hogy benne van-e a $\underline{z}$ vektor a $V := \langle \underline{u}, \underline{v}, \underline{w} \rangle$ vektortérben. Ha igen, akkor határozzuk meg z koordinátavektorát a V-nek egy, az $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ vektorokból választott valamely bázisában, ahol $\underline{u} = (1, 2, -1)^\top$, $\underline{v} = (-2, -3, 3)^\top$, $\underline{w} = (2, 1, -4)^\top$, és $\underline{z} = (-6, -5, 10)^\top$!

4. Számítsuk ki a $\begin{vmatrix} 1 & 2p-1 & 2 \\ 2 & 4p-1 & 1 \\ -1 & 1-2p & -1 \end{vmatrix}$ determináns értékét a p paraméter értékének függvényében!

5. Legyen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ Van-e olyan C mátrix, amire $CA = B$ teljesül? Ha igen, akkor határozzunk meg egy ilyen C mátrixot!

$\boxed{\star}$ Tegyük fel, hogy az $A \in \mathbb{R}^{42\times 42}$ mátrix determinánsa $|A| = 42$. Képezzük az A' mátrixot A-ból úgy, hogy (-1)-gyel megszorozzuk A minden páratlanodik sorának minden páratlanodik elemét és minden párosodik sorának minden párosodik elemét. Határozzuk meg az így kapott A' mátrix determinánsát!

Gyakorlatok: Varga Kitti (11, 15, IB138), Kabódi László (12, 16, IB139), Vincze András (13, IB140), Szakács Lili Kata (14, IB145), Varga Eszter (17, IB140), Garami Bence (18, IB145), Kaszanitzky Viktória (I1, IB144), Fleiner Tamás (19, I2, IB134).