

VISZA 103 vizsgatematika  
Bevezetés a Számításelméletbe I. c. tárgyhöz  
a 2011/2012-es tanév II. félévre

1. Térbeli koordinátageometria: sík egyenlete, egyenes egyenletrendszere. Skaláris szorzat fogalma és kiszámítása (biz. nélkül); vektoriális szorzat fogalma és kiszámítása (biz. nélkül); vektor-szorzat fogalma és kiszámítása, kapcsolata az előjeles térfogattal.
2. Vektortér definíciója, a definíció egyszerű következményei, példák. Altér fogalma, példák. Lineáris kombináció, generált altér (ennek altér volta), generátorrendszer.
3. Lineáris függetlenség (ennek kétféle definíciója és ezek ekvivalenciája). Kicserélési tétel, generátorrendszer és lineárisan független rendszer elemszámának viszonya. Bázis fogalma, vektorok egyértelmű előállíthatósága egy bázis vektoraiból. Dimenzió fogalma,  $\mathbb{R}^n$  dimenziója.
4. Lineáris egyenletrendszer megoldása Gauss-eliminációval. Megoldhatóság, a megoldás egyértelműségének feltétele. Kapcsolat az egyenletek és ismeretlenek száma, illetve a megoldás egyértelműsége között.
5. Determináns definíciója, alaptulajdonságai, kiszámítása.
6. A determinánsok kifejtési tétele. Mátrixok, műveletek mátrixokkal, ezek tulajdonságai. Determinánsok szorzástétele (biz. nélkül). Kapcsolat a lineáris egyenletrendszerek, az  $\mathbb{R}^n$ -beli generált altérhez tartozás kérdése, illetve a mátrixszorzáson alapuló "mátrixegyenletek" között.  $n \times n$ -es lineáris egyenletrendszer egyértelmű megoldhatóságának jellemzése a determináns segítségével.
7. Mátrix inverze, létezésének szükséges és elégséges feltétele, az inverz kiszámítása. Mátrix rangja, a rangfogalmak egyenlősége, a rang meghatározása.
8. Lineáris leképezés fogalma, egyszerű tulajdonságai, példák. Lineáris leképezés mátrixa, vektor képének meghatározása a mátrix segítségével.
9. Lineáris leképezések szorzata, szorzat mátrixa. Lineáris leképezések magtere, képtere, ezek altér volta. Dimenziótétel.
10. Lineáris transzformációk, illetve négyzetes mátrixok sajátértékei, sajátvektorai, kapcsolat a két fogalom pára között. Négyzetes mátrix sajátértékeinek és sajátvektorainak meghatározása.
11. Komplex szám fogalma. Alapműveletek algebrai alakban. Trigonometrikus alak, szorzás, osztás és hatványozás trigonometrikus alakban.  $n$ -edik gyökvonás a komplex számok körében, egységgyökök.
12. Kombinatorikus leszámplálási alapfeladatok: ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció és kombináció; példák. Összefüggések a binomiális együtthatók között, Pascal-háromszög. Binomiális tétel.
13. Halmazok számossága: egyenlő, kisebb-egyenlő, illetve kisebb számosságú halmaz definíciója, Cantor-Bernstein-tétel (biz. nélkül). Példák:  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ , a  $(0; 1)$  nyílt intervallum számossága, ezek viszonya. megszámlálhatóan végtelen és kontinuum számosságú halmaz fogalma.
14. Hatványhalmaz számossága, Cantor-tétel.  $\mathbb{N}$  hatványhalmazának számossága. Kontinuumhipotézis.
15. Gráfelméleti alapfogalmak: gráf, egyszerű gráf, izomorfia, részgráf, feszített részgráf, összefüggő gráf, (összefüggő) komponens. Fa fogalma, fák egyszerű tulajdonságai, feszítőfa, annak létezése.
16. Síkbarajzolhatóság: kapcsolat a gömbre rajzolhatósággal, Euler-tétel, becslés az élek számára, Kuratowski-tétel (bizonyítás csak a könnyebbik irányban), Fáry-Wagner-tétel (biz. nélkül). Síkgráf duálisának fogalma.