Irigységmentes osztozkodás

Irigységmentes osztozkodás

Def: A $[0, 1[$ intervallumon az $(A_1, \ldots, A_n)$ elosztás *irigységmentes*, ha $\mu_i(A_i) \geq \mu_i(A_j)$ teljesül $\forall 1 \leq i \leq n$ és $1 \leq j \leq n$ esetén, azaz egyik játékos sem irigyli semelyik másik játékos részét sem.

Megf: (1) Ha a $P_1, \ldots, P_n$ játékosok ebben a sorrendben egymás után elvisznek egyet-egyet a $B_1, \ldots, B_n$ darabokból közül és mindenki a számára legtöbbet érőt veszi el, akkor senki sem irigy egy nálánál később választó játékosra.

(2) Ha a $B_1, \ldots, B_n$ darabok ugyanannyit érnek P_n számára, akkor P_n nem lesz irigy a fenti eljárás végén.

(3) Az oszt-választ eljárás két játékos esetén irigységmentes elosztást garantál.

Az (1), (2) megfigyelések segítségével igazolható egy irigységmentességet garantáló eljárás helyessége.

A Selfridge-Conway eljárás

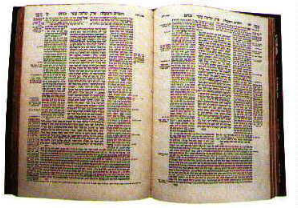
Az A, B és C játékosok osztozkodnak.
1. A tortát A három egyforma részre osztja.
2. A kapott részeken B preferenciája X, Y, Z.
3. B kettévágja X-et $X = X' \cup M$ módon úgy, hogy X' és Y egyformák legyenek B számára.
4. Az X', Y, Z szeletekből úgy választanak C, B, A sorrendben, hogy B mindenképp X'-t választja, ha tudja.
5. A B és C játékosok egyike ($P(X')$) megkapja X'-t, a másikuk ($P(\overline{X'})$) pedig Y-t vagy Z-t.
6. A $P(\overline{X'})$ játékos M-et három egyforma részre osztja. Ezekből a részekből választanak $P(X'), A$, $P(\overline{X'})$ sorrendben.
7. A, B és C boldogan távoznak a választott darabjaikkal.

Megf: (1) A 4. lépés után még senki sem irigy.
(2) Az M-ből kapott részeken csak A irigyelheti $P(X')$-t.
(3) Az eljárás végén is csak A irigyelheti $P(X')$-t.
(4) Mivel $P(X')$ csak X-ből részesül, ezért az A őt sem irigyli.

Csődjáték a Talmudban

A Talmud

A Talmud



- A zsidóság törvényeinek, erkölcsi tanításának és szokásainak gyűjteménye, tkp a Tórából származó ,,szóbeli Tan” rendszerbe foglalása.
- Két része van: a Misna (∼i.sz. 200) és az azt magyarázó Gemára (∼i.sz. 500).
- Két helyszínen állították össze: Izraelben és Babilóniában. Van ezért egy Jeruzsálemi Talmud és egy később készült Babilóniai.
- Bár az utóbbi teljesebb és világosabb, a jeruzsálemi is nélkülözhetetlen.

A csődprobléma

Meghal egy ember, aki E nagyságú vagyont és $d_1, d_2, \ldots, d_n$ nagyságú adósságot hagy hátra. Hogyan kell kifizetni a hitelezőket, ha $\sum_i d_i > E$?

A csődprobléma

Meghal egy ember, aki E nagyságú vagyont és $d_1, d_2, \ldots, d_n$ nagyságú adósságot hagy hátra. Hogyan kell kifizetni a hitelezőket, ha $\sum_i d_i > E$?

Természetes lehetőség az arányos osztozkodás:

	d_1=80	$d_2 = 120$	$d_3 = 200$
E=300	60	90	150

A csődprobléma

Meghal egy ember, aki E nagyságú vagyont és $d_1, d_2, \ldots, d_n$ nagyságú adósságot hagy hátra. Hogyan kell kifizetni a hitelezőket, ha $\sum_i d_i > E$?

Természetes lehetőség az arányos osztozkodás:

	d_1=80	$d_2 = 120$	$d_3 = 200$
E=300	60	90	150

De elképzelhető az is, hogy sorbanállás van a hitelezők között:

	d_1=80	$d_2 = 200$	$d_3 = 120$
E=170	80	90	0
E=330	80	200	50

A csődprobléma

Meghal egy ember, aki E nagyságú vagyont és $d_1, d_2, \ldots, d_n$ nagyságú adósságot hagy hátra. Hogyan kell kifizetni a hitelezőket, ha $\sum_i d_i > E$?

Természetes lehetőség az arányos osztozkodás:

	d_1=80	$d_2 = 120$	$d_3 = 200$
E=300	60	90	150

De elképzelhető az is, hogy sorbanállás van a hitelezők között:

	d_1=80	$d_2 = 200$	$d_3 = 120$
E=170	80	90	0
E=330	80	200	50

Egy további lehetőség a kártyaleosztás („egyenletes nyereség”), aholis mindenki egyenlően részesül a követelése erejéig:

	d_1=80	$d_2 = 120$	$d_3 = 200$
E=180	60	60	60
E=300	80	110	110
E=330	80	120	130

A rejtély

A Babiloni Talmud más szabályt ír elő a Ketuvót 93a Misnában.

A rejtély

A Babiloni Talmud más szabályt ír elő a Ketuvót 93a Misnában.
Vagyis nem egészen. Valójában csak példákat mutat.

A rejtély

A Babiloni Talmud más szabályt ír elő a Ketuvót 93a Misnában.

Vagyis nem egészen. Valójában csak példákat mutat.

	$d_1 = 100$	$d_2 = 200$	$d_3 = 300$
E=100	$100/3$	$100/3$	$100/3$
E=200	50	75	75
E=300	50	100	150

A rejtély

A Babiloni Talmud más szabályt ír elő a Ketuvót 93a Misnában.

Vagyis nem egészen. Valójában csak példákat mutat.

	$d_1 = 100$	$d_2 = 200$	$d_3 = 300$
E=100	100/3	100/3	100/3
E=200	50	75	75
E=300	50	100	150

Mi a magyarázat? Van valami értelmes szabály?

A rejtély

A Babiloni Talmud más szabályt ír elő a Ketuvót 93a Misnában.
Vagyis nem egészen. Valójában csak példákat mutat.

	$d_1 = 100$	$d_2 = 200$	$d_3 = 300$
E=100	100/3	100/3	100/3
E=200	50	75	75
E=300	50	100	150

Mi a magyarázat? Van valami értelmes szabály?

Az írástudók hosszú évszázadokon keresztül próbálták megérteni a fenti számokat.

A rejtély

A Babiloni Talmud más szabályt ír elő a Ketuvót 93a Misnában.

Vagyis nem egészen. Valójában csak példákat mutat.

	$d_1 = 100$	$d_2 = 200$	$d_3 = 300$
E=100	100/3	100/3	100/3
E=200	50	75	75
E=300	50	100	150

Mi a magyarázat? Van valami értelmes szabály?

Az írástudók hosszú évszázadokon keresztül próbálták megérteni a fenti számokat. Lényegében eredménytelenül.

A rejtély

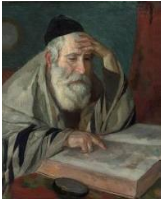
A Babiloni Talmud más szabályt ír elő a Ketuvót 93a Misnában.
Vagyis nem egészen. Valójában csak példákat mutat.

	$d_1 = 100$	$d_2 = 200$	$d_3 = 300$
E=100	100/3	100/3	100/3
E=200	50	75	75
E=300	50	100	150

Mi a magyarázat? Van valami értelmes szabály?

Az írástudók hosszú évszázadokon keresztül próbálták megérteni a fenti számokat. Lényegében eredménytelenül.






A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.
,,Ketten bírnak egy kelmét; ...az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt.

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.
,,Ketten bírnak egy kelmét; ... az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt.

Követelés	1	1/2

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.
,,Ketten bírnak egy kelmét; ... az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része $3/4$, a másiké $1/4$." (Bává Meciá (2a))

Követelés	1	1/2

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.
„Ketten bírnak egy kelmét; . . . az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része 3/4, a másiké 1/4.” (Bává Meciá (2a))

Követelés	1	1/2
Részesedés	3/4	1/4

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.
,,Ketten bírnak egy kelmét; ... az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része $3/4$, a másiké $1/4$." (Bává Mecíá (2a))

Követelés	1	1/2
Részesedés	3/4	1/4

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.

,,Ketten bírnak egy kelmét; ... az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része 3/4, a másiké 1/4." (Bává Meciá (2a))

,,Ha az egyik az egészet, a másik a harmadrészt követeli,

Követelés	1	1/2
Részesedés	3/4	1/4

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.
,,Ketten bírnak egy kelmét; ...az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része $3/4$, a másiké $1/4$." (Bává Mecíá (2a))
,,Ha az egyik az egészet, a másik a harmadrészt követeli,

Követelés	1	$1/2$
Részesedés	$3/4$	$1/4$

Követelés	1	$1/3$

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.
,,Ketten bírnak egy kelmét; ... az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része 3/4, a másiké 1/4." (Bává Mecíá (2a))
,,Ha az egyik az egészet, a másik a harmadrészt követeli,
akkor az egészet követelő öt hatod részt,
a harmadrészt kívánó egy hatodrészt kap." (Toszefta a Bává Mecíában)

Követelés	1	1/2
Részesedés	3/4	1/4

Követelés	1	1/3

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.

„Ketten bírnak egy kelmét; …az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része 3/4, a másiké 1/4." (Bává Meciá (2a))

„Ha az egyik az egészet, a másik a harmadrészt követeli,
akkor az egészet követelő öt hatod részt,
a harmadrészt kívánó egy hatodrészt kap." (Toszefta a Bává Meciában)

Követelés	1	1/2
Részesedés	3/4	1/4

Követelés	1	1/3
Részesedés	5/6	1/6

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.

,,Ketten bírnak egy kelmét; . . . az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része 3/4, a másiké 1/4." (Bává Mecíá (2a))

,,Ha az egyik az egészet, a másik a harmadrészt követeli,
akkor az egészet követelő öt hatod részt,
a harmadrészt kívánó egy hatodrészt kap." (Toszefta a Bává Mecíában)

Követelés	1	1/2
Részesedés	3/4	1/4

Követelés	1	1/3
Részesedés	5/6	1/6

Az elv itt világos: mindketten megkapják a másik fél által nem követelt részt, míg a vitatott részen egyenlően osztoznak.

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.

,,Ketten bírnak egy kelmét; ... az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része 3/4, a másiké 1/4." (Bává Mecíá (2a))

,,Ha az egyik az egészet, a másik a harmadrészt követeli, akkor az egészet követelő öt hatod részt, a harmadrészt kívánó egy hatodrészt kap." (Toszefta a Bává Mecíában)

Követelés	1	1/2
Részesedés	3/4	1/4

Követelés	1	1/3
Részesedés	5/6	1/6

Az elv itt világos: mindketten megkapják a másik fél által nem követelt részt, míg a vitatott részen egyenlően osztoznak.

A **kelmeszabály (ksz)** illusztrációja:

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.

,,Ketten bírnak egy kelmét; ... az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része 3/4, a másiké 1/4.'' (Bává Meciá (2a))

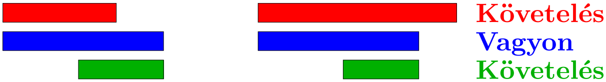
,,Ha az egyik az egészet, a másik a harmadrészt követeli, akkor az egészet követelő öt hatod részt, a harmadrészt kívánó egy hatodrészt kap.'' (Toszefta a Bává Meciában)

Követelés	1	1/2
Részesedés	3/4	1/4

Követelés	1	1/3
Részesedés	5/6	1/6

Az elv itt világos: mindketten megkapják a másik fél által nem követelt részt, míg a vitatott részen egyenlően osztoznak.

A **kelmeszabály (ksz)** illusztrációja:



A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.
,,Ketten bírnak egy kelmét; ... az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része $3/4$, a másiké $1/4$." (Bává Mecíá (2a))
,,Ha az egyik az egészet, a másik a harmadrészt követeli,
akkor az egészet követelő öt hatod részt,
a harmadrészt kívánó egy hatodrészt kap." (Toszefta a Bává Mecíában)

Követelés	1	1/2
Részesedés	3/4	1/4

Követelés	1	1/3
Részesedés	5/6	1/6

Az elv itt világos: mindketten megkapják a másik fél által nem követelt részt, míg a vitatott részen egyenlően osztoznak.
A **kelmeszabály (ksz)** illusztrációja:

A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.

,,Ketten bírnak egy kelmét; . . . az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része 3/4, a másiké 1/4." (Bává Mecíá (2a))

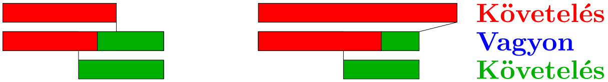
,,Ha az egyik az egészet, a másik a harmadrészt követeli, akkor az egészet követelő öt hatod részt, a harmadrészt kívánó egy hatodrészt kap." (Toszefta a Bává Mecíában)

Követelés	1	1/2
Részesedés	3/4	1/4

Követelés	1	1/3
Részesedés	5/6	1/6

Az elv itt világos: mindketten megkapják a másik fél által nem követelt részt, míg a vitatott részen egyenlően osztoznak.

A **kelmeszabály (ksz)** illusztrációja:



A kelme szétosztása

Van azonban a Talmudban az igazságos osztozkodásról egy érthetőbb szabály is.

,,Ketten bírnak egy kelmét; ... az egyik az egészre, a másik a felére tart igényt. Így az egyik része 3/4, a másiké 1/4.'' (Bává Meciá (2a))

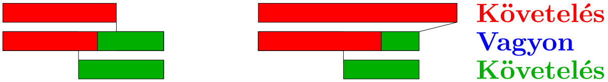
,,Ha az egyik az egészet, a másik a harmadrészt követeli,
akkor az egészet követelő öt hatod részt,
a harmadrészt kívánó egy hatodrészt kap.'' (Toszefta a Bává Meciában)

Követelés	1	1/2
Részesedés	3/4	1/4

Követelés	1	1/3
Részesedés	5/6	1/6

Az elv itt világos: mindketten megkapják a másik fél által nem követelt részt, míg a vitatott részen egyenlően osztoznak.

A **kelmeszabály (ksz)** illusztrációja:



Van-e vajon a kelmeszabálynak bármi köze a csődproblémához?

Kelme vs csőd

Van-e vajon a kelmeszabálynak bármi köze a csődproblémához?

Kelme vs csőd

Van-e vajon a kelmeszabálynak bármi köze a csődproblémához?
Az általánosan elfogadott vélekedés szerint a válasz nem: a kelme szétosztásnál legalább az egyik követelés megalapozatlan, míg csőd esetén mindegyik jogos.

Kelme vs csőd

Van-e vajon a kelmeszabálynak bármi köze a csődproblémához?
Az általánosan elfogadott vélekedés szerint a válasz nem: a kelme szétosztásnál legalább az egyik követelés megalapozatlan, míg csőd esetén mindegyik jogos.
Illusztráció A Talmudban szerepel az alábbi jogi eset.

Kelme vs csőd

Van-e vajon a kelmeszabálynak bármi köze a csődproblémához?
Az általánosan elfogadott vélekedés szerint a válasz nem: a kelme szétosztásnál legalább az egyik követelés megalapozatlan, míg csőd esetén mindegyik jogos.
Illusztráció A Talmudban szerepel az alábbi jogi eset. Egy házas ember (mitna) gyerektelenül hal meg. A bibliai szabály szerint a sógor (yavam) elveszi az özvegyet. (Yavamnak már két fia van.)

Kelme vs csőd

Van-e vajon a kelmeszabálynak bármi köze a csődproblémához? Az általánosan elfogadott vélekedés szerint a válasz nem: a kelme szétosztásnál legalább az egyik követelés megalapozatlan, míg csőd esetén mindegyik jogos.

Illusztráció A Talmudban szerepel az alábbi jogi eset. Egy házas ember (mitna) gyerektelenül hal meg. A bibliai szabály szerint a sógor (yavam) elveszi az özvegyet. (Yavamnak már két fia van.) Nyolc hónapra az özvegy fiút szül. (Héberül ,,safek"; utalva a bizonytalan eredetre.)

Kelme vs csőd

Van-e vajon a kelmeszabálynak bármi köze a csődproblémához?
Az általánosan elfogadott vélekedés szerint a válasz nem: a kelme szétosztásnál legalább az egyik követelés megalapozatlan, míg csőd esetén mindegyik jogos.
Illusztráció A Talmudban szerepel az alábbi jogi eset. Egy házas ember (mitna) gyerektelenül hal meg. A bibliai szabály szerint a sógor (yavam) elveszi az özvegyet. (Yavamnak már két fia van.)
Nyolc hónapra az özvegy fiút szül. (Héberül ,,safek"; utalva a bizonytalan eredetre.)
Yavam meghal.

Kelme vs csőd

Van-e vajon a kelmeszabálynak bármi köze a csődproblémához?
Az általánosan elfogadott vélekedés szerint a válasz nem: a kelme szétosztásnál legalább az egyik követelés megalapozatlan, míg csőd esetén mindegyik jogos.
Illusztráció A Talmudban szerepel az alábbi jogi eset. Egy házas ember (mitna) gyerektelenül hal meg. A bibliai szabály szerint a sógor (yavam) elveszi az özvegyet. (Yavamnak már két fia van.) Nyolc hónapra az özvegy fiút szül. (Héberül ,,safek"; utalva a bizonytalan eredetre.)

Yavam meghal. Yavam apja is meghal.

Kelme vs csőd

Van-e vajon a kelmeszabálynak bármi köze a csődproblémához?
Az általánosan elfogadott vélekedés szerint a válasz nem: a kelme szétosztásnál legalább az egyik követelés megalapozatlan, míg csőd esetén mindegyik jogos.
Illusztráció A Talmudban szerepel az alábbi jogi eset. Egy házas ember (mitna) gyerektelenül hal meg. A bibliai szabály szerint a sógor (yavam) elveszi az özvegyet. (Yavamnak már két fia van.) Nyolc hónapra az özvegy fiút szül. (Héberül „safek"; utalva a bizonytalan eredetre.)
Yavam meghal. Yavam apja is meghal.
Ha safek yavam fia, akkor a három gyerek egyenlően örökölne.

Kelme vs csőd

Van-e vajon a kelmeszabálynak bármi köze a csődproblémához?
Az általánosan elfogadott vélekedés szerint a válasz nem: a kelme szétosztásnál legalább az egyik követelés megalapozatlan, míg csőd esetén mindegyik jogos.
Illusztráció A Talmudban szerepel az alábbi jogi eset. Egy házas ember (mitna) gyerektelenül hal meg. A bibliai szabály szerint a sógor (yavam) elveszi az özvegyet. (Yavamnak már két fia van.)
Nyolc hónapra az özvegy fiút szül. (Héberül „safek"; utalva a bizonytalan eredetre.)
Yavam meghal. Yavam apja is meghal.
Ha safek yavam fia, akkor a három gyerek egyenlően örökölne.
Ám ha mitna az apa, akkor safeké a fél örökség míg yavam fiai fejenként negyedrészt kapnak.

Kelme vs csőd

Van-e vajon a kelmeszabálynak bármi köze a csődproblémához?
Az általánosan elfogadott vélekedés szerint a válasz nem: a kelme szétosztásnál legalább az egyik követelés megalapozatlan, míg csőd esetén mindegyik jogos.

Illusztráció A Talmudban szerepel az alábbi jogi eset. Egy házas ember (mitna) gyerektelenül hal meg. A bibliai szabály szerint a sógor (yavam) elveszi az özvegyet. (Yavamnak már két fia van.)
Nyolc hónapra az özvegy fiút szül. (Héberül ,,safek"; utalva a bizonytalan eredetre.)

Yavam meghal. Yavam apja is meghal.

Ha safek yavam fia, akkor a három gyerek egyenlően örökölne.
Ám ha mitna az apa, akkor safeké a fél örökség míg yavam fiai fejenként negyedrészt kapnak.

A Talmud megoldása a ksz:

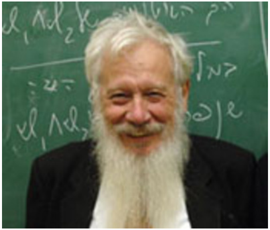
	Yavam fiai	safek
Követelés	$2/3$	$1/2$
Részesedés	$7/12$	$5/12$

A Talmud rejtély kulcsa

A hitelezők kifizetését mégiscsak a kelmeszabály magyarázza.

A Talmud rejtély kulcsa

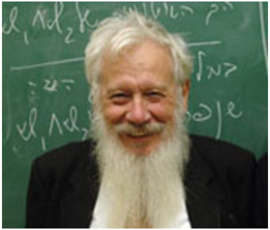
A hitelezők kifizetését mégiscsak a kelmeszabály magyarázza.
Akik ezt felfedezték:



Robert Aumann és Michael Maschler.

A Talmud rejtély kulcsa

A hitelezők kifizetését mégiscsak a kelmeszabály magyarázza.
Akik ezt felfedezték:

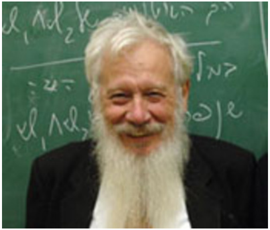



Robert Aumann és Michael Maschler.

	$d_1 = 100$	$d_2 = 200$	$d_3 = 300$
E=100	100/3	100/3	100/3
E=200	50	75	75
E=300	50	100	150

A Talmud rejtély kulcsa

A hitelezők kifizetését mégiscsak a kelmeszabály magyarázza.
Akik ezt felfedezték:



Robert Aumann és Michael Maschler.

A Talmudbeli példákban bármely két hitelező a kapott részesedését a kelmeszabály szerint osztotta el:

	$d_1 = 100$	$d_2 = 200$	$d_3 = 300$
E=100	100/3	100/3	100/3
E=200	50	75	75
E=300	50	100	150

Formális probléma

A **csődproblémát** az E vagyonnagyság és a $d_1 \leq d_2 \leq \ldots \leq d_n$ követelések írják le, ahol $0 \leq E \leq d_1 + d_2 + \ldots + d_n$.

Def: A csődprobléma esetén **szétosztásnak** egy nemnegatív valósakból álló olyan $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ rendezett n-est nevezünk, amire $E = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$.

Ha $n = 2$, akkor a ksz egy lehetséges szétosztást adó eljárás.

Def: Az $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ szétosztás **ksz-konzisztens** ha bármely i, j-re az $x_i + x_j$ nagyságú vagyonon d_i, d_j követelésekhez a kelmeszabály x_i és x_j részeket rendel.

Azaz: ha két hitelező az általuk kapott részt a ksz szerint újraosztja, akkor a korábbi jussukat kapják vissza.

Megfigyelés: A Talmudbeli szétosztások ksz-konzisztensek.

Formális probléma

A **csődproblémát** az E vagyonnagyság és a $d_1 \leq d_2 \leq \ldots \leq d_n$ követelések írják le, ahol $0 \leq E \leq d_1 + d_2 + \ldots + d_n$.
Def: A csődprobléma esetén **szétosztásnak** egy nemnegatív valósakból álló olyan $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ rendezett n-est nevezünk, amire $E = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$.
Ha $n = 2$, akkor a ksz egy lehetséges szétosztást adó eljárás.
Def: Az $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ szétosztás **ksz-konzisztens** ha bármely i, j-re az $x_i + x_j$ nagyságú vagyonon d_i, d_j követelésekhez a kelmeszabály x_i és x_j részeket rendel.
Azaz: ha két hitelező az általuk kapott részt a ksz szerint újraosztja, akkor a korábbi jussukat kapják vissza.
Megfigyelés: A Talmudbeli szétosztások ksz-konzisztensek.
Kínzó kérdés:
Létezik-e minden csődproblémára ksz-konzisztens szétosztás?

Formális probléma

A **csődproblémát** az E vagyonnagyság és a $d_1 \leq d_2 \leq \ldots \leq d_n$ követelések írják le, ahol $0 \leq E \leq d_1 + d_2 + \ldots + d_n$.

Def: A csődprobléma esetén **szétosztásnak** egy nemnegatív valósakból álló olyan $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ rendezett n-est nevezünk, amire $E = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$.

Ha $n = 2$, akkor a ksz egy lehetséges szétosztást adó eljárás.

Def: Az $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ szétosztás **ksz-konzisztens** ha bármely i, j-re az $x_i + x_j$ nagyságú vagyonon d_i, d_j követelésekhez a kelmeszabály x_i és x_j részeket rendel.

Azaz: ha két hitelező az általuk kapott részt a ksz szerint újraosztja, akkor a korábbi jussukat kapják vissza.

Megfigyelés: A Talmudbeli szétosztások ksz-konzisztensek.

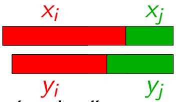
Kínzó kérdés:

Létezik-e minden csődproblémára ksz-konzisztens szétosztás?

Részleges válasz: Ha van, akkor egyértelmű.

A ksz-konzisztens szétosztás egyértelműsége

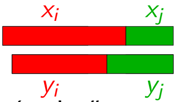
Létezhet-e két különböző ksz-konzisztens szétosztás ugyanarra a csődproblémára? Thf igen: $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ és $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ ilyenek. Van olyan **i** és **j** amire $\mathbf{x_i} > \mathbf{y_i}$ és $\mathbf{x_j} < \mathbf{y_j}$.
Tfh $\mathbf{x_i} + \mathbf{x_j} \geq \mathbf{y_i} + \mathbf{y_j}$.



De a ksz monoton, így $\mathbf{x_j} < \mathbf{y_j}$ ellentmondás.
Ha tehát van ksz-konzisztens szétosztás, akkor az egyértelmű.

A ksz-konzisztens szétosztás egyértelműsége

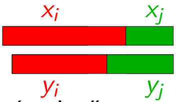
Létezhet-e két különböző ksz-konzisztens szétosztás ugyanarra a csődproblémára? Thf igen: $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ és $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ ilyenek. Van olyan **i** és **j** amire $\mathbf{x_i} > \mathbf{y_i}$ és $\mathbf{x_j} < \mathbf{y_j}$.
Tfh $\mathbf{x_i} + \mathbf{x_j} \geq \mathbf{y_i} + \mathbf{y_j}$.



De a ksz monoton, így $\mathbf{x_j} < \mathbf{y_j}$ ellentmondás.
Ha tehát van ksz-konzisztens szétosztás, akkor az egyértelmű.
De mindig van-e? Meg lehet-e találni? És hatékony algoritmussal?

A ksz-konzisztens szétosztás egyértelműsége

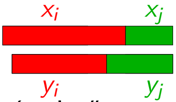
Létezhet-e két különböző ksz-konzisztens szétosztás ugyanarra a csődproblémára? Thf igen: $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ és $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ ilyenek. Van olyan $\mathbf{i}$ és $\mathbf{j}$ amire $\mathbf{x_i} > \mathbf{y_i}$ és $\mathbf{x_j} < \mathbf{y_j}$.
Tfh $\mathbf{x_i} + \mathbf{x_j} \geq \mathbf{y_i} + \mathbf{y_j}$.



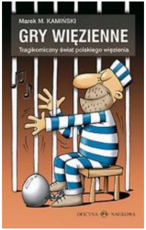
De a ksz monoton, így $\mathbf{x_j} < \mathbf{y_j}$ ellentmondás.
Ha tehát van ksz-konzisztens szétosztás, akkor az egyértelmű.
De mindig van-e? Meg lehet-e találni? És hatékony algoritmussal?
Nos, igen. Egy príma hidraulikus számítógép segítségével.

A ksz-konzisztens szétosztás egyértelműsége

Létezhet-e két különböző ksz-konzisztens szétosztás ugyanarra a csődproblémára? Thf igen: $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ és $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ ilyenek. Van olyan $\mathbf{i}$ és $\mathbf{j}$ amire $\mathbf{x_i} > \mathbf{y_i}$ és $\mathbf{x_j} < \mathbf{y_j}$.
Tfh $\mathbf{x_i} + \mathbf{x_j} \geq \mathbf{y_i} + \mathbf{y_j}$.



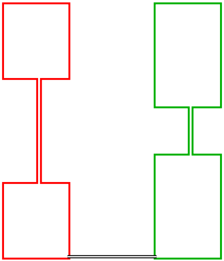
De a ksz monoton, így $\mathbf{x_j} < \mathbf{y_j}$ ellentmondás.
Ha tehát van ksz-konzisztens szétosztás, akkor az egyértelmű.
De mindig van-e? Meg lehet-e találni? És hatékony algoritmussal?
Nos, igen. Egy príma hidraulikus számítógép segítségével.
Ezt az elegáns bizonyítást egy lengyel matematikus,



Marek Kamiński találta, aki az elítéltek játékairól írt könyvet.

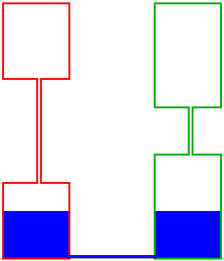
A ksz kiszámítása

Tfh mindkét hitelezőhöz tartozik egy-egy azonos keresztmetszetű, d_1 ill. d_2 térfogatú, hengeres tartály. Vágjuk félbe a tartályokat, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E (vagyonnagyság) mennyiségű folyadékkal az így kapott közlekedőedény-rendszert. ,,Könnyen" látható, hogy folyadék épp a *ksz* szerint oszlik meg az egyes tartályokban.



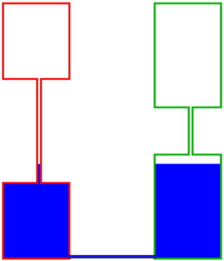
A ksz kiszámítása

Tfh mindkét hitelezőhöz tartozik egy-egy azonos keresztmetszetű, d_1 ill. d_2 térfogatú, hengeres tartály. Vágjuk félbe a tartályokat, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E (vagyonnagyság) mennyiségű folyadékkal az így kapott közlekedőedény-rendszert. ,,Könnyen'' látható, hogy folyadék épp a *ksz* szerint oszlik meg az egyes tartályokban.



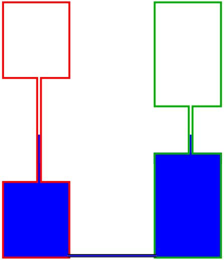
A ksz kiszámítása

Tfh mindkét hitelezőhöz tartozik egy-egy azonos keresztmetszetű, d_1 ill. d_2 térfogatú, hengeres tartály. Vágjuk félbe a tartályokat, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E (vagyonnagyság) mennyiségű folyadékkal az így kapott közlekedőedény-rendszert. ,,Könnyen" látható, hogy folyadék épp a *ksz* szerint oszlik meg az egyes tartályokban.



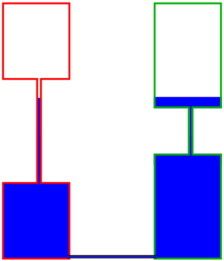
A ksz kiszámítása

Tfh mindkét hitelezőhöz tartozik egy-egy azonos keresztmetszetű, d_1 ill. d_2 térfogatú, hengeres tartály. Vágjuk félbe a tartályokat, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E (vagyonnagyság) mennyiségű folyadékkal az így kapott közlekedőedény-rendszert. „Könnyen" látható, hogy folyadék épp a *ksz* szerint oszlik meg az egyes tartályokban.



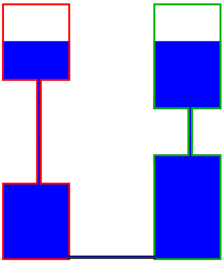
A ksz kiszámítása

Tfh mindkét hitelezőhöz tartozik egy-egy azonos keresztmetszetű, d_1 ill. d_2 térfogatú, hengeres tartály. Vágjuk félbe a tartályokat, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E (vagyonnagyság) mennyiségű folyadékkal az így kapott közlekedőedény-rendszert. ,,Könnyen" látható, hogy folyadék épp a *ksz* szerint oszlik meg az egyes tartályokban.



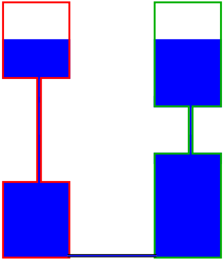
A ksz kiszámítása

Tfh mindkét hitelezőhöz tartozik egy-egy azonos keresztmetszetű, d_1 ill. d_2 térfogatú, hengeres tartály. Vágjuk félbe a tartályokat, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E (vagyonnagyság) mennyiségű folyadékkal az így kapott közlekedőedény-rendszert. ,,Könnyen" látható, hogy folyadék épp a *ksz* szerint oszlik meg az egyes tartályokban.



A ksz kiszámítása

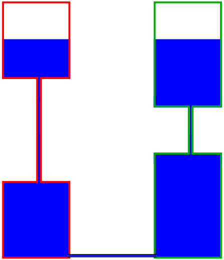
Tfh mindkét hitelezőhöz tartozik egy-egy azonos keresztmetszetű, d_1 ill. d_2 térfogatú, hengeres tartály. Vágjuk félbe a tartályokat, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E (vagyonnagyság) mennyiségű folyadékkal az így kapott közlekedőedény-rendszert. „Könnyen" látható, hogy folyadék épp a *ksz* szerint oszlik meg az egyes tartályokban.



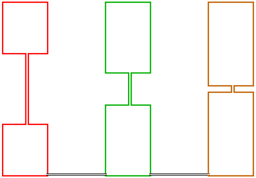
Így már nem nehéz ksz-konzisztens szétosztást találni: minden hitelezőhöz tartozzon egy-egy követelésnyi térfogatú tartály, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E mennyiségű folyadékkal a kapott rendszert.

A ksz kiszámítása

Tfh mindkét hitelezőhöz tartozik egy-egy azonos keresztmetszetű, d_1 ill. d_2 térfogatú, hengeres tartály. Vágjuk félbe a tartályokat, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E (vagyonnagyság) mennyiségű folyadékkal az így kapott közlekedőedény-rendszert. ,,Könnyen" látható, hogy folyadék épp a *ksz* szerint oszlik meg az egyes tartályokban.

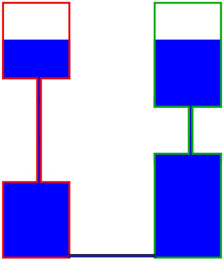


Így már nem nehéz ksz-konzisztens szétosztást találni: minden hitelezőhöz tartozzon egy-egy követelésnyi térfogatú tartály, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E mennyiségű folyadékkal a kapott rendszert.

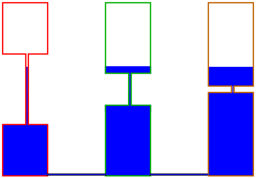


A ksz kiszámítása

Tfh mindkét hitelezőhöz tartozik egy-egy azonos keresztmetszetű, d_1 ill. d_2 térfogatú, hengeres tartály. Vágjuk félbe a tartályokat, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E (vagyonnagyság) mennyiségű folyadékkal az így kapott közlekedőedény-rendszert. „Könnyen" látható, hogy folyadék épp a *ksz* szerint oszlik meg az egyes tartályokban.



Így már nem nehéz ksz-konzisztens szétosztást találni: minden hitelezőhöz tartozzon egy-egy követelésnyi térfogatú tartály, kössük össze ezeket vékony csövekkel, és töltsük fel E mennyiségű folyadékkal a kapott rendszert.



A ksz-konzisztencia érdekes tulajdonságai

Öndualitás: az összveszteség is ksz-konzisztensen van szétosztva.

A ksz-konzisztencia érdekes tulajdonságai

Öndualitás: az összveszteség is ksz-konzisztensen van szétosztva.

A ksz-konzisztens szétosztás a csődjáték **nukleolusza**.

A ksz-konzisztencia érdekes tulajdonságai

Öndualitás: az összveszteség is ksz-konzisztensen van szétosztva.

A ksz-konzisztens szétosztás a csődjáték **nukleolusza**.

A nukleoluszt a **koalícióérték** ill. a **többletvektor** definiálja.

A ksz-konzisztencia érdekes tulajdonságai

Öndualitás: az összveszteség is ksz-konzisztensen van szétosztva.

A ksz-konzisztens szétosztás a csődjáték **nukleolusza**.

A nukleoluszt a **koalícióérték** ill. a **többletvektor** definiálja.

Példa: Legyen $E = 400, d_1 = 100, d_2 = 200, d_3 = 300$.

Egy koalíció értéke annyi, amennyi a többiek teljes kifizetése után marad:

S	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{2,3\}$	$\{1,3\}$
$v(S)$	0	0	100	100	300	200

A ksz-konzisztencia érdekes tulajdonságai

Öndualitás: az összveszteség is ksz-konzisztensen van szétosztva.
A ksz-konzisztens szétosztás a csődjáték **nukleolusza**.
A nukleoluszt a **koalícióérték** ill. a **többletvektor** definiálja.
Példa: Legyen $E = 400, d_1 = 100, d_2 = 200, d_3 = 300$.
Egy koalíció értéke annyi, amennyi a többiek teljes kifizetése után marad:

S	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{2,3\}$	$\{1,3\}$
$v(S)$	0	0	100	100	300	200

Egy S koalíció **többlete** annyi, amennyit az értékén felül kap:

$$e(x,S) = x(S) - v(S).$$

Koalíció	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{2,3\}$	$\{1,3\}$
$v(S)$	0	0	100	100	300	200
x (arányos)	$200/3$	$400/3$	200	200	$1000/3$	$800/3$
$e(x,S)$	$200/3$	$400/3$	100	100	$100/3$	$200/3$
y (ksz-konzisztens)	50	125	225	175	350	275
$e(y,S)$	50	125	125	75	50	75

A többletvektor és a nukleolusz

Koalíció	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{2,3\}$	$\{1,3\}$
$v(S)$	0	0	100	100	300	200
x (arányos)	$200/3$	$400/3$	200	200	$1000/3$	$800/3$
$e(x,S)$	$200/3$	$400/3$	100	100	$100/3$	$200/3$
y (ksz-konzisztens)	50	125	225	175	350	275
$e(y,S)$	50	125	125	75	50	75

Def: A **többletvektor** a többletekből áll, növekvő sorrendben:

$\theta(x) = (33.3, 66.6, 66.6, 100, 100, 133.3)$ ill.

$\theta(y) = (50, 50, 75, 75, 125, 125)$.

A többletvektor és a nukleolusz

Koalíció	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{2,3\}$	$\{1,3\}$
$v(S)$	0	0	100	100	300	200
x (arányos)	$200/3$	$400/3$	200	200	$1000/3$	$800/3$
$e(x,S)$	$200/3$	$400/3$	100	100	$100/3$	$200/3$
y (ksz-konzisztens)	50	125	225	175	350	275
$e(y,S)$	50	125	125	75	50	75

Def: A **többletvektor** a többletekből áll, növekvő sorrendben:

$$\theta(x) = (33.3, 66.6, 66.6, 100, 100, 133.3) \text{ ill.}$$
$$\theta(y) = (50, 50, 75, 75, 125, 125).$$

Def: A **nukleolusz** az az szétosztás, ami lexikografikusan maximalizálja a többletvektort. Azaz: az első koordináta maximális, ezen belül a második koordináta is maximális, stb.

A többletvektor és a nukleolusz

Koalíció	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{2,3\}$	$\{1,3\}$
$v(S)$	0	0	100	100	300	200
x (arányos)	$200/3$	$400/3$	200	200	$1000/3$	$800/3$
$e(x,S)$	$200/3$	$400/3$	100	100	$100/3$	$200/3$
y (ksz-konzisztens)	50	125	225	175	350	275
$e(y,S)$	50	125	125	75	50	75

Def: A **többletvektor** a többletekből áll, növekvő sorrendben:

$$\theta(x) = (33.3, 66.6, 66.6, 100, 100, 133.3) \text{ ill.}$$
$$\theta(y) = (50, 50, 75, 75, 125, 125).$$

Def: A **nukleolusz** az az szétosztás, ami lexikografikusan maximalizálja a többletvektort. Azaz: az első koordináta maximális, ezen belül a második koordináta is maximális, stb.

Tétel: (Aumann-Maschler)

A ksz-konzisztens szétosztás a csődjáték nukleolusza.

Előkészület a bizonyításhoz

Tfh az x szétosztáshoz a Kamiński-hydraulikában nem egyforma vízszintek tartoznak. Megmutatjuk, hogy ekkor egy magas vízszintű tartályból egy alacsonyba vizet átengedve a többletvektor lexikografikusan növekszik.

Előkészület a bizonyításhoz

Tfh az x szétosztáshoz a Kamiński-hydraulikában nem egyforma vízszintek tartoznak. Megmutatjuk, hogy ekkor egy magas vízszintű tartályból egy alacsonyba vizet átengedve a többletvektor lexikografikusan növekszik.
Legfeljebb $n-1$ ilyen lépéssel elérhető a ksz-konzisztens szétosztás.

Előkészület a bizonyításhoz

Tfh az x szétosztáshoz a Kamiński-hydraulikában nem egyforma vízszintek tartoznak. Megmutatjuk, hogy ekkor egy magas vízszintű tartályból egy alacsonyba vizet átengedve a többletvektor lexikografikusan növekszik.
Legfeljebb $n-1$ ilyen lépéssel elérhető a ksz-konzisztens szétosztás.
1. Lemma: Az S koalíció többlete az alábbiak minimuma:
(1) az S-beli tartályokban levő víz mennyisége ill.
(2) az $N \setminus S$-beli tartályokbeli levegő mennyisége.

Előkészület a bizonyításhoz

Tfh az x szétosztáshoz a Kamiński-hydraulikában nem egyforma vízszintek tartoznak. Megmutatjuk, hogy ekkor egy magas vízszintű tartályból egy alacsonyba vizet átengedve a többletvektor lexikografikusan növekszik.
Legfeljebb $n-1$ ilyen lépéssel elérhető a ksz-konzisztens szétosztás.
1. Lemma: Az S koalíció többlete az alábbiak minimuma:
(1) az S-beli tartályokban levő víz mennyisége ill.
(2) az $N \setminus S$-beli tartályokbeli levegő mennyisége.
Biz: Esetvizsg. Ha $N \setminus S$ összesen E-nél kevesebbet követel, akkor többlet=levegő. Ha pedig többre pályáznak, akkor többlet=víz. $\square$

Előkészület a bizonyításhoz

Tfh az x szétosztáshoz a Kamiński-hydraulikában nem egyforma vízszintek tartoznak. Megmutatjuk, hogy ekkor egy magas vízszintű tartályból egy alacsonyba vizet átengedve a többletvektor lexikografikusan növekszik.

Legfeljebb $n - 1$ ilyen lépéssel elérhető a ksz-konzisztens szétosztás.

1. Lemma: Az S koalíció többlete az alábbiak minimuma:

(1) az S-beli tartályokban levő víz mennyisége ill.

(2) az $N \setminus S$-beli tartályokbeli levegő mennyisége. □

Előkészület a bizonyításhoz

Tfh az x szétosztáshoz a Kamiński-hydraulikában nem egyforma vízszintek tartoznak. Megmutatjuk, hogy ekkor egy magas vízszintű tartályból egy alacsonyba vizet átengedve a többletvektor lexikografikusan növekszik.
Legfeljebb $n-1$ ilyen lépéssel elérhető a ksz-konzisztens szétosztás.
1. Lemma: Az S koalíció többlete az alábbiak minimuma:
(1) az S-beli tartályokban levő víz mennyisége ill.
(2) az $N \setminus S$-beli tartályokbeli levegő mennyisége. $\square$
2. Lemma: A ksz-konzisztens szétosztás $n=2$-re a nukleolusz.

Előkészület a bizonyításhoz

Tfh az x szétosztáshoz a Kamiński-hydraulikában nem egyforma vízszintek tartoznak. Megmutatjuk, hogy ekkor egy magas vízszintű tartályból egy alacsonyba vizet átengedve a többletvektor lexikografikusan növekszik.

Legfeljebb $n-1$ ilyen lépéssel elérhető a ksz-konzisztens szétosztás.

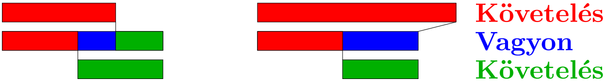
1. Lemma: Az S koalíció többlete az alábbiak minimuma:

(1) az S-beli tartályokban levő víz mennyisége ill.

(2) az $N \setminus S$-beli tartályokbeli levegő mennyisége. $\square$

2. Lemma: A ksz-konzisztens szétosztás $n=2$-re a nukleolusz.

Biz: Egy hitelező (azaz egy egyfős koalíció) értéke annyi, amennyit a kelmeszabály kiszámításának első körében megkap. Így a hitelező többlete vitatott részből neki jutó részesedés. Ezért bárhogyan is osztoznak, a két többlet összege a vitatott rész, ami konstans. A többletvektor tehát akkor lesz lexmax, ha a vitatott részt egyenlően osztják el egymás között. $\square$



Coup de grâce

1. Lemma: Az S koalíció többlete az alábbiak minimuma:
(1) az S-beli tartályokban levő víz mennyisége ill.
(2) az $N \setminus S$-beli tartálykbeli levegő mennyisége. $\square$

2. Lemma: $n = 2$-re a ksz-konzisztens szétosztás a nukleolusz. $\square$

Coup de grâce

1. Lemma: Az S koalíció többlete az alábbiak minimuma:
(1) az S-beli tartályokban levő víz mennyisége ill.
(2) az $N \setminus S$-beli tartályokbeli levegő mennyisége. $\square$

2. Lemma: $n = 2$-re a ksz-konzisztens szétosztás a nukleolusz. $\square$

Végső biz: Addig engedünk át vizet egy túltöltött **i** tartályból egy alultöltött **j**-be, amíg valamelyikben elérjük a ksz-konzisztens vízszintet. Igazoljuk, hogy $\theta(x')$ lexikografikusan nagyobb $\theta(x)$-nél.

Coup de grâce

1. Lemma: Az S koalíció többlete az alábbiak minimuma:
(1) az S-beli tartályokban levő víz mennyisége ill.
(2) az $N \setminus S$-beli tartályokbeli levegő mennyisége. $\square$

2. Lemma: $n = 2$-re a ksz-konzisztens szétosztás a nukleolusz. $\square$

Végső biz: Addig engedünk át vizet egy túltöltött **i** tartályból egy alultöltött **j**-be, amíg valamelyikben elérjük a ksz-konzisztens vízszintet. Igazoljuk, hogy $\theta(x')$ lexikografikusan nagyobb $\theta(x)$-nél. Az S koalíció többlete csak akkor változik, ha S az **i** és **j** közül pontosan egyet tartalmaz: ha **i**-t, akkor csökken, ha **j**-t, akkor nő a többlet. Azt igazoljuk, hogy ennek során a többletvektor első megváltozó koordinátája növekszik (és nem csökken), azaz

$$\min\{e(x', S) : \mathbf{i} \in S \not\ni \mathbf{j}\} \geq \min\{e(x', S) : \mathbf{i} \notin S \ni \mathbf{j}\} .$$

Coup de grâce

1. Lemma: Az S koalíció többlete az alábbiak minimuma:
(1) az S-beli tartályokban levő víz mennyisége ill.
(2) az $N \setminus S$-beli tartályokbeli levegő mennyisége. $\square$

2. Lemma: $n = 2$-re a ksz-konzisztens szétosztás a nukleolusz. $\square$

Végső biz: Addig engedünk át vizet egy túltöltött **i** tartályból egy alultöltött **j**-be, amíg valamelyikben elérjük a ksz-konzisztens vízszintet. Igazoljuk, hogy $\theta(x')$ lexikografikusan nagyobb $\theta(x)$-nél. Az S koalíció többlete csak akkor változik, ha S az **i** és **j** közül pontosan egyet tartalmaz: ha **i**-t, akkor csökken, ha **j**-t, akkor nő a többlet. Azt igazoljuk, hogy ennek során a többletvektor első megváltozó koordinátája növekszik (és nem csökken), azaz

$$\min\{e(x', S) : \mathbf{i} \in S \not\ni \mathbf{j}\} \geq \min\{e(x', S) : \mathbf{i} \notin S \ni \mathbf{j}\} .$$

Az 1. Lemma miatt a BO az **i**-dik tartálybeli víz és a **j**-dik tartálybeli levegő minimuma, míg a JO a **j**-dik tartálybeli víz és a **i**-dik tartálybeli levegő minimuma.

Coup de grâce

1. Lemma: Az S koalíció többlete az alábbiak minimuma:
(1) az S-beli tartályokban levő víz mennyisége ill.
(2) az $N \setminus S$-beli tartályokbeli levegő mennyisége. $\square$

2. Lemma: $n = 2$-re a ksz-konzisztens szétosztás a nukleolusz. $\square$

Végső biz: Addig engedünk át vizet egy túltöltött **i** tartályból egy alultöltött **j**-be, amíg valamelyikben elérjük a ksz-konzisztens vízszintet. Igazoljuk, hogy $\theta(x')$ lexikografikusan nagyobb $\theta(x)$-nél. Az S koalíció többlete csak akkor változik, ha S az **i** és **j** közül pontosan egyet tartalmaz: ha **i**-t, akkor csökken, ha **j**-t, akkor nő a többlet. Azt igazoljuk, hogy ennek során a többletvektor első megváltozó koordinátája növekszik (és nem csökken), azaz

$$\min\{e(x', S) : \mathbf{i} \in S \not\ni \mathbf{j}\} \geq \min\{e(x', S) : \mathbf{i} \notin S \ni \mathbf{j}\} .$$

Az 1. Lemma miatt a BO az **i**-dik tartálybeli víz és a **j**-dik tartálybeli levegő minimuma, míg a JO a **j**-dik tartálybeli víz és a **i**-dik tartálybeli levegő minimuma. Mivel az x'-vízszint az **i** tartályban nem lehet a **j** alatt (a ksz-konzisztens szint elérésekor megálltunk), a 2. Lemma miatt BO$\geq$JO. $\square$

Mit tanultunk ma?

Mit tanultunk ma?

- Osztozkodási játékok esetén az elosztás irigységmentessége az arányosságnál erősebb feltétel

Mit tanultunk ma?

- Osztozkodási játékok esetén az elosztás irigységmentessége az arányosságnál erősebb feltétel
- Az oszt-választ eljárás irigységmentes elosztást ad két játékosra, a Selfridge-Conway pedig háromra

Mit tanultunk ma?

- Osztozkodási játékok esetén az elosztás irigységmentessége az arányosságnál erősebb feltétel
- Az oszt-választ eljárás irigységmentes elosztást ad két játékosra, a Selfridge-Conway pedig háromra
- Több játékosra is mindig van irigységmentes elosztás, de nem ismerünk a megtalálására hatékony algoritmust

Mit tanultunk ma?

- Osztozkodási játékok esetén az elosztás irigységmentessége az arányosságnál erősebb feltétel
- Az oszt-választ eljárás irigységmentes elosztást ad két játékosra, a Selfridge-Conway pedig háromra
- Több játékosra is mindig van irigységmentes elosztás, de nem ismerünk a megtalálására hatékony algoritmust
- A csődproblémában vagyont kell szétoszani hitelezők között

Mit tanultunk ma?

- Osztozkodási játékok esetén az elosztás irigységmentessége az arányosságnál erősebb feltétel
- Az oszt-választ eljárás irigységmentes elosztást ad két játékosra, a Selfridge-Conway pedig háromra
- Több játékosra is mindig van irigységmentes elosztás, de nem ismerünk a megtalálására hatékony algoritmust
- A csődproblémában vagyont kell szétoszani hitelezők között
- A kelmeszabály két hitelező esetén definiál egy szétosztást

Mit tanultunk ma?

- Osztozkodási játékok esetén az elosztás irigységmentessége az arányosságnál erősebb feltétel
- Az oszt-választ eljárás irigységmentes elosztást ad két játékosra, a Selfridge-Conway pedig háromra
- Több játékosra is mindig van irigységmentes elosztás, de nem ismerünk a megtalálására hatékony algoritmust
- A csődproblémában vagyont kell szétoszani hitelezők között
- A kelmeszabály két hitelező esetén definiál egy szétosztást
- A Talmudban leírt szétosztási ksz-konzisztens

Mit tanultunk ma?

- Osztozkodási játékok esetén az elosztás irigységmentessége az arányosságnál erősebb feltétel
- Az oszt-választ eljárás irigységmentes elosztást ad két játékosra, a Selfridge-Conway pedig háromra
- Több játékosra is mindig van irigységmentes elosztás, de nem ismerünk a megtalálására hatékony algoritmust
- A csődproblémában vagyont kell szétoszani hitelezők között
- A kelmeszabály két hitelező esetén definiál egy szétosztást
- A Talmudban leírt szétosztási ksz-konzisztens
- A kelmeszabály megvalósítható közlekedőedény-rendszer segítségével

Mit tanultunk ma?

- Osztozkodási játékok esetén az elosztás irigységmentessége az arányosságnál erősebb feltétel
- Az oszt-választ eljárás irigységmentes elosztást ad két játékosra, a Selfridge-Conway pedig háromra
- Több játékosra is mindig van irigységmentes elosztás, de nem ismerünk a megtalálására hatékony algoritmust
- A csődproblémában vagyont kell szétoszani hitelezők között
- A kelmeszabály két hitelező esetén definiál egy szétosztást
- A Talmudban leírt szétosztási ksz-konzisztens
- A kelmeszabály megvalósítható közlekedőedény-rendszer segítségével
- Minden csődjáték-inputhoz egyértelmű a ksz-konzisztens szétosztás

Mit tanultunk ma?

- Osztozkodási játékok esetén az elosztás irigységmentessége az arányosságnál erősebb feltétel
- Az oszt-választ eljárás irigységmentes elosztást ad két játékosra, a Selfridge-Conway pedig háromra
- Több játékosra is mindig van irigységmentes elosztás, de nem ismerünk a megtalálására hatékony algoritmust
- A csődproblémában vagyont kell szétoszani hitelezők között
- A kelmeszabály két hitelező esetén definiál egy szétosztást
- A Talmudban leírt szétosztási ksz-konzisztens
- A kelmeszabály megvalósítható közlekedőedény-rendszer segítségével
- Minden csődjáték-inputhoz egyértelmű a ksz-konzisztens szétosztás
- A ksz-konzisztens szétosztás a csődjáték nukleolusza

Köszönöm a figyelmet!