

7. gyakorlat  
Bináris fák bejárásai, bináris keresőfák, piros-fekete fák

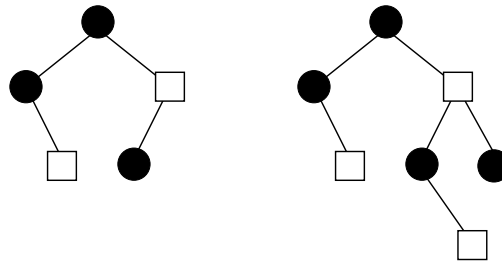
- (a) Építsen beszúrásokkal bináris keresőfát az alábbi sorrendben érkező számokból: 7,3,2,9,8,12,6,4.  
(b) Járja be pre-, in-, és post-order bejárással a kapott fát!  
(c) Szúrja be az (a) résznél adott fába az 5-t, aztán törölje ki a 2,6 és 7 elemeket.

---

- Egy  $F$  nevű bináris fában minden csúcsra igaz, hogy (ha van neki, akkor) a bal gyerek kisebb, a jobb pedig nagyobb nála. Mutassa meg, hogy ebből nem következik, hogy ez az  $F$  fa bináris keresőfa.
- Egy bináris keresőfában csupa különböző egész számot tárolunk. Lehetséges-e, hogy egy KERES( $x$ ) hívás során a keresési út mentén a 20, 18, 3, 15, 5, 8, 9 kulcsokat látjuk ebben a sorrendben? Ha nem lehetséges, indokolja meg miért nem, ha pedig lehetséges, határozza meg az összes olyan  $x$  egész számot, amire ez megtörténhet.
- Egy bináris fa inorder bejárása:  $j, b, k, g, i, a, c, d, f, e, h$ , preorder bejárása:  $a, b, j, g, k, i, d, c, e, f, h$ . Rekonstruálja a fát!
- Igazolja, hogy az inorder bejárás növekvő sorrendben adja vissza egy bináris keresőfa csúcsaiban tárolt kulcsokat.
- Igazolja, hogy minden olyan algoritmus, ami csak összehasonlításokkal fel tud építeni egy bináris keresőfát  $n$  elemből legalább  $cn \log n$  összehasonlítást használ (ahol  $c$  valami konstans).

---

- Adott egy  $n$  csúcsú és egy  $k$  csúcsú piros-fekete fa. A két fában tárolt összes elemből  $O(n+k)$  lépésben készítsen egy rendezett tömböt.
- Lehetséges-e hogy az alábbi ábrákon egy piros-fekete fa csúcsait ábrázoltuk? (Az üres leveleket nem rajzoltam fel, fekete kör fekete csúcsot, fehér kocka piros csúcsot jelöl.)



- Egy piros-fekete fában valamelyik, a gyökértől egy levélig vezető úton sorban az alábbi színű pontok vannak: fekete, piros, fekete, fekete. Mennyi a fában tárolt elemek számának a minimuma?
- Egy piros-fekete fában jelölje  $x$  és  $y$  a gyökér két fiát. Tudjuk, hogy  $fm(x) = fm(y)$ , de az  $x$  csúcs két gyerekének különbözik a fekete magassága. Milyen színű lehet az  $y$  csúcs?
- Lehetséges-e, hogy egy piros-fekete fából a tárolt elemeket preorder bejárás szerinti sorrendben kiolvasva ezt kapjuk: 6, 1, 5, 3, 2, 4?
- Igazolja, hogy egy 80 elemet tároló piros-fekete fában a gyökér magassága nagyobb, mint a gyökér fekete magassága.