

13. gyakorlat
NP-teljesség

1. Bizonyítsa be, hogy az utazóügynök feladat (TSP) NP-teljes. Az utazóügynök feladat az alábbi eldöntési probléma:

Input: G irányítatlan, élsúlyozott, teljes gráf és egy k szám

Kérdés: Van-e G -ben legfeljebb k összhosszú Hamilton kör?

2. P-ben van vagy NP-teljes a következő eldöntési feladat:

Input: G irányítatlan, n csúcsú gráf

Kérdés: Van-e G -ben legalább $\frac{n}{2}$ hosszú kör?

3. Bizonyítsa be, hogy a HÁTIZSÁK feladat NP-teljes. (Próbálkozzon redukcióval az RH problémáról.)

4. P-ben van vagy NP-teljes a következő feladat: adott G irányítatlan gráf csúcsai lefedhető-e három pont-diszjunkt körrel?

5. P-ben van vagy NP-teljes az alábbi döntési feladat: adott irányítatlan gráfról döntsük el, hogy kiszínezhető-e 3 színnel úgy, hogy pontosan 2015 csúcs piros.

6. Mutassa meg, hogy az alábbi eldöntési probléma P-ben van, vagy azt, hogy NP-teljes: adott egy $G(V, E)$ egyszerű gráf, melyre igaz, hogy $|E| \leq 2|V|$, kérdés, hogy a G gráf színezhető-e 3 színnel.

-
7. Igaz-e, hogy

(a) 2-SZÍN \prec 3-SZÍN?

(b) 3-SZÍN \prec HÁTIZSÁK?

8. Tegyük fel, hogy $P \neq NP$ és X egy P-beli eldöntési probléma. Lehetséges-e, hogy

(a) egy NP-teljes Y problémára X Karp-redukálható?

(b) egy NP-teljes Y probléma Karp-redukálható X -re?

(c) az X probléma NP-beli?

9. Jelölje P_1 azt az eldöntési problémát, hogy egy irányítatlan gráf összefüggő-e, P_2 pedig azt, hogy egy irányítatlan gráfban van-e Hamilton-kör. Lehetséges-e, hogy $P_1 \prec P_2$, illetve hogy $P_2 \prec P_1$? Válaszát indokolja is meg!