

1. gyakorlat
Rekurzió, O , Ω , Θ

1. Egy algoritmus lépésszámát az n hosszú bemeneteken jelölje $T(n)$. Tudjuk, hogy $T(n) \leq T(n-1) + n/3$, ha $n \geq 5$ és $T(n) \leq 10$ ha $n < 5$. Igaz-e, hogy ekkor $T(n) = O(n^2)$? És $T(n) = O(n^3)$?
-

2. Állapítsa meg, hogy az alábbi függvények esetén mely párokra teljesül, hogy $f_i(n) = O(f_j(n))$. Válaszát indokolja is!

$$f_1(n) = 11n^2, \quad f_2(n) = 8n^2 \log n, \quad f_3(n) = n^2 + 100000.$$

3. Az alábbi függvények mindegyikéről döntse el, hogy igaz-e rá, hogy nagyságrendje $O(n^2)$, $\Theta(n^2)$, $\Omega(n^2)$.
 $n^2 - n \log n$, $\sqrt{n} + \log n$, $n + n^2 + n^3$, $n!$, and $\log \log n$.
4. Jelölje egy algoritmus maximális lépésszámát az n hosszú bemeneteken $L(n)$. Azt tudjuk, hogy minden $n = 2k > 4$ páros számra $L(2k) \leq L(2k-2) + 1$ teljesül, és hogy $L(4) = 10$. Következik-e ebből, hogy az algoritmus lépésszáma $O(n)$?
5. Egy algoritmus $T(n)$ lépésszámára igaz, hogy $T(n) \leq 2n^2 + T(n-2)$, ha $n \geq 3$, valamint $T(1) = T(2) = 1$. Következik-e ebből, hogy $T(n) = O(n^3)$? És az, hogy $T(n) = \Omega(n^3)$?
6. Egy algoritmusról tudjuk, hogy a lépésszáma $O(n^2)$. Lehetséges-e, hogy
(a) minden páros n -re az n hosszú bemeneteken a lépésszám legalább $2008n \log^3 n$;
(b) minden n hosszú bemeneten a lépésszám legfeljebb $3^{\log n}$?
-

7. Tekintsük az $f_1(n) = 2009n!$ és $f_2(n) = 100(n-1)!$ függvényeket. Igaz-e, hogy
a) $f_1 = O(f_2)$ b) $f_2 = O(f_1)$ c) $f_1 = \Omega(f_2)$ d) $f_2 = \Omega(f_1)$?

8. Bizonyítsa be, hogy $\log_2 f(n) = \Theta(\log_{100} f(n))$ ($f(n) > 0$).

9. Legyenek $f(n)$ és $g(n)$ pozitív értékészletű függvények. Bizonyítsa be, hogy

$$\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$$

10. Tegyük fel, hogy van egy számítógépes programunk, ami egy k méretű feladaton a jelenlegi gépünkön 1 másodperc alatt fut le. Beszereztünk egy százszor gyorsabb számítógépet. Ugyanazon programmal mekkora feladatot lehet az új gépen egy nap alatt megoldani, ha a program lépésszáma n méretű feladat esetén
(a) n , (b) n^3 , (c) 2^n ?

11. Mi a tagadása az alábbi állításoknak? Igazak ezek az állítások?

- (a) Minden csütörtökön van algel gyakorlat.
(b) Minden olyan hallgató, aki jár algel gyakorlatra, átmegy a vizsgán.
(c) Minden olyan 17 lábú zsiráf, aki jár algel gyakorlatra, átmegy a vizsgán.

12. Adott n chip, melyek képesek egymás tesztelésére a következő módon: ha összekapcsolunk két chipet, mindkét chip nyilatkozik a másikról, hogy hibásnak találta-e. Egy hibátlan chip korrektül felismeri, hogy a másik hibás -e, míg egy hibás chip akármilyen választ adhat. Tegyük fel, hogy a chipek több, mint a fele korrekt. Adjunk algoritmust, mely n -nél kevesebb fenti tesztet használva kikeres egy jó chipet.