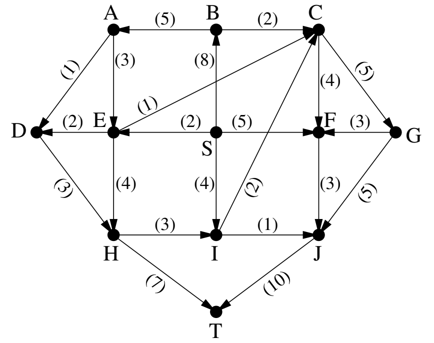
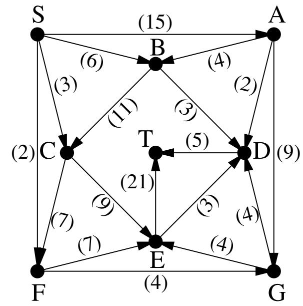
1. Adjunk meg a hálózatban egy maximális folyamot.

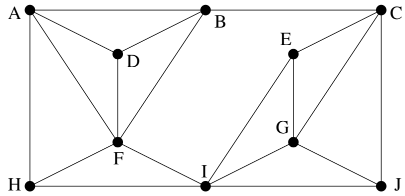


2. a) Határozzuk meg az alábbi hálózatban az $\{S, E, F\}$ csúcshalmaz és a maradék csúcsok között vezető élek alkotta vágás értékét (más néven kapacitását).

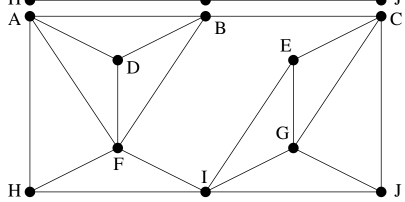
b) Adjunk meg a hálózatban egy maximális folyamot (S-ből T-be).



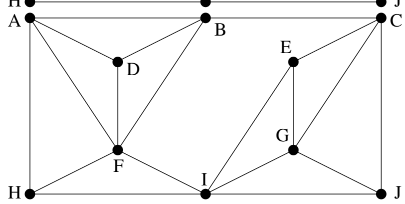
3. Maximálisan hány páronként éldiszjunkt, illetve pontdiszjunkt út adható meg az A és J pontok között az ábrán látható gráfban?



4. Maximálisan hány páronként éldiszjunkt, illetve pontdiszjunkt út adható meg a B és H pontok között az ábrán látható gráfban?



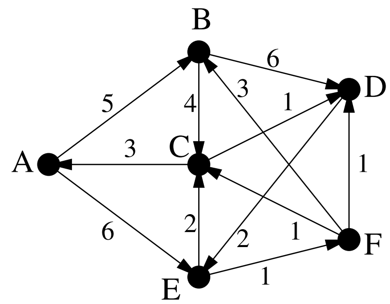
5. Milyen k értékekre igaz, hogy az ábrán látható gráf k-szorosan (pont)összefüggő?



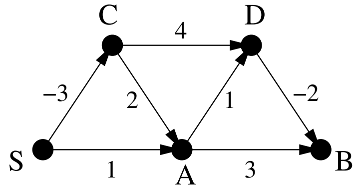
6. Milyen k értékek esetén k-szorosan összefüggő, illetve k-szorosan élösszefüggő a $K_{10,20}$ teljes páros gráf?

7. a) Határozzuk meg a Dijkstra-algoritmus segítségével az A csúcsból a többibe vezető legrövidebb utak hosszát a jobbra látható gráfban és adjunk meg egy A-ból D-be vezető legrövidebb utat.

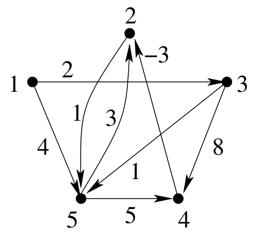
b) Valamely él súlyát 1-gyel csökkentjük. Mely élek esetében nem változnak meg ezzel az A-tól mért távolságok?



8. Határozzuk meg a Ford-algoritmus segítségével a jobbra látható gráfban az S pontból a többi pontba vezető legrövidebb utak hosszát és adjunk meg egy S-ből B-be vezető legrövidebb utat. Az algoritmus futtatásakor az éleket ábécé szerint növekvően sorszámozzuk: $A \to B$, $A \to D$, $\ldots$, $S \to C$.



9. Az alábbi gráfon a Floyd-algoritmust futtatjuk. Az algoritmus során (a 4. javítási menet végén) az A_4 táblázat tartalmazza az ismert úthosszakat. Hogyan változik a táblázat, amikor minden csúcspárra újra elvégezzük a frissítést?



$$A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 2 & 10 & 3 \\ \infty & 0 & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 5 & 0 & 8 & 1 \\ \infty & -3 & \infty & 0 & -2 \\ \infty & 2 & \infty & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

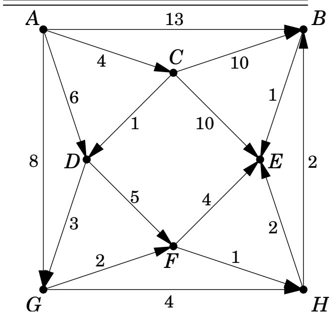
10. Adjuk meg az összes olyan minimális élszámú irányított gráfot (élsúlyokkal együtt), amely(ek)re a jobb oldali táblázat a Dijkstra-algoritmusban szereplő $t(v)$ (v aktuális távolsága v_1-től) tömb változásait mutathatja. Adjuk meg a legrövidebb utakat tartalmazó $m(v)$ (v-t megelőző csúcs) tömb állapotait is.

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
0	2	6	$*$	$*$	7
0	2	5	9	$*$	6
0	2	5	6	9	6
0	2	5	6	8	6
0	2	5	6	7	6

11. a) Hajtsuk végre a jobb oldalon látható irányított gráf egy mélységi bejárását a G csúcsból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

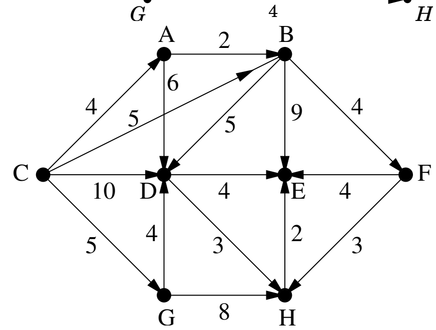
c) Számítsuk ki az A csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leghosszabb utak hosszát.



12. a) Hajtsuk végre a jobb oldalon látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását a G csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

c) Számítsuk ki a C csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leghosszabb utak hosszát.

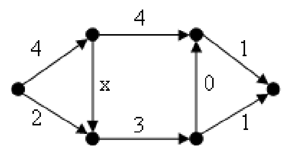


13. A 6 pontú G irányítatlan, összefüggő gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w. A gráf egy mélységi bejárásánál a mélységi, illetve a befejezési számok a következők: x: 1,6; y: 2,4; z: 6,5; u: 3,3; v: 4,1; w: 5,2.

a) Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélységi feszítőfa éleit.

b) Rekonstruálható-e G a megadott mélységi és befejezési számok ismeretében?

14. Határozzuk meg a jobb oldali ábrán a forrásból a nyelőbe vezető leghosszabb uta(ka)t az x nemnegatív valós szám függvényében.



15. Legyen G egy irányítatlan, összefüggő gráf. Igaz-e, hogy

a) G minden f éléhez van G-nek olyan mélységi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben f faél?

b) G minden F feszítőfájához van G-nek olyan mélységi bejárása, amelyben F minden éle faél?