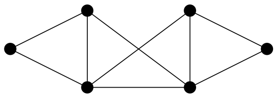
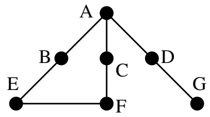
B e v e z e t é s a S z á m í t á s e l m é l e t b e I I .

Hatodik gyakorlat, 2017. október 19.

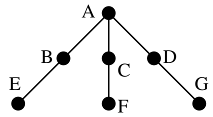
1. Döntsük el, hogy az alábbi gráfok intervallumgráfok-e.

a) 

(ZH, 2007. április 16.)

b) 

(ZH, 2015. április 23.)

c) 

(ZH, 2015. április 23.)

2. A 8 csúcsú teljes gráfnak hagyjuk el 4, egy csúcsra illeszkedő élét. Intervallumgráf-e a kapott gráf? (ZH, 2016. április 28.)

3. Legyen G a számegyenes következő zárt intervallumai által meghatározott intervallumgráf: $[1;3]$, $[2;4]$, $[8;11]$, $[5;11]$, $[4;9]$, $[1;6]$, $[2;7]$, $[10;11]$. Határozzuk meg a G gráf $\chi(G)$ kromatikus számát és $\omega(G)$ klikkszámát.

4. Tekintsük azokat az intervallumokat a számegyenesen, amelyeknek mindkét végpontja 1 és 100 közötti egész szám, a hosszuk legalább 1 és legföljebb 4, valamint legalább az egyik végpontjuk páros szám. Határozzuk meg az ezek által meghatározott intervallumgráf kromatikus számát. (ZH, 2011. május 9.)

5. Egy adott intervallumrendszerhez tartozó intervallumgráf kromatikus száma 10. Mutassuk meg, hogy ha az intervallumrendszerből törlünk néhány olyan intervallumot, melyek közt semelyik háromnak nincs közös pontja, akkor a visszamaradó intervallumrendszerhez tartozó intervallumgráf kromatikus száma legalább 8. (ZH, 2014. március 20.)

6. 64 kockacukorból építettünk egy $(4\times4\times4)$-es nagyobb kockát (amelynek tehát az élhosszúsága 4 kockacukornyi). A G gráf csúcsai legyenek a kockacukrok, két különböző csúcs pedig akkor legyen szomszédos G-ben, ha a megfelelő két kockacukor közös lap mentén szomszédosak az építményben. Határozzuk meg $\chi_e(G)$-t, vagyis a G élkromatikus számát! (ZH, 2011. március 17.)

7. A 10 csúcsú G gráf két (közös csúcs nélküli) 5 pontú útból készült úgy, hogy az egyik út minden csúcsát összekötöttük a másik út minden csúcsával. Határozzuk meg $\chi_e(G)$-t, G élkromatikus számát. (ZH, 2012. március 12.)

8. A G gráf csúcshalmaza legyen a $V(G) = \{1, 2, \dots, 30\}$ halmaz. Az $x, y \in V(G)$ csúcsok akkor legyenek szomszédosak G-ben, ha $x \neq y$ és az $x \cdot y$ szorzat osztható 7-tel. Határozzuk meg a G gráf $\chi_e(G)$ élkromatikus számát (ZH, 2016. május 9.)

9. Egy szabályos hétszögnek húzzuk be az összes leghosszabb átlóját. Mennyi lesz az így kapott gráf élkromatikus száma?

10. Határozzuk meg az az n csúcsú teljes gráf, K_n, élkromatikus számát, abban az esetben, ha
a) n páratlan;
b) n páros.

11. Mutassuk meg, hogy egy 20 résztvevős körmérkőzéses bajnokságot le lehet bonyolítani 19 fordulóban. (Minden csapat mindenki mással egyszer játszik, egy fordulóban egy csapat legfeljebb egyszer léphet pályára).

12. Az 5 csúcsú teljes gráf egy élét megduplázzuk (vagyis az élet két párhuzamos éllel helyettesítjük). Határozzuk meg a kapott gráf élkromatikus számát. (ZH, 2017. május 8.)

13. Határozzuk meg annak az (5 csúcsú és 15 élű) gráfnak az élkromatikus számát, melyet egy öt hosszú körből az élek megtriplázásával kapunk.

14. A G egyszerű gráf v csúcsának foka 2, minden más pont foka 3. Határozzuk meg a G gráf $\chi_e(G)$ élkromatikus számát. (ZH, 2016. április 28.)

15. Mutassuk meg, hogy ha G 9 csúcsú egyszerű gráf, akkor $\chi_e(G) + \chi_e(\overline{G}) \geq 9$. (ZH, 2015. május 4.)