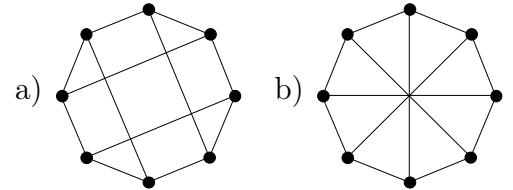


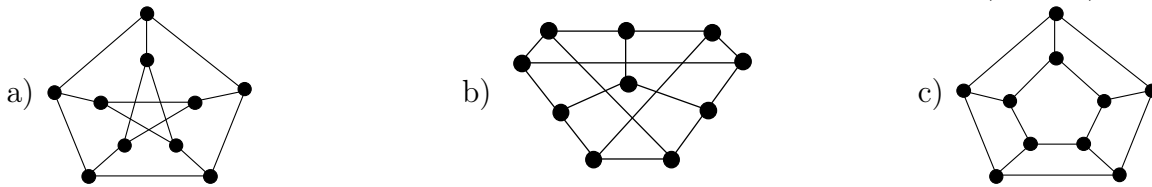
1. Van-e olyan egyszerű gráf, amelyben a pontok foka rendre
 - a) 1,2,2,3,3,3;
 - b) 1,1,2,2,3,4,4;
 - c) 1,3,3,4,5,6,6.
2. Milyen n pozitív egészekre létezik olyan n csúcsú egyszerű gráf, amelyben bármely két csúcs foka különböző?
3. A 6 csúcsú G gráf hurokért nem, de többszörös éleket tartalmazhat. Tudjuk, hogy G bármely két csúcsának a foka különböző. Minimálisan hány éle van G -nek? (Azaz: milyen k egészre teljesül, hogy létezik a feltételeknek megfelelő k élű gráf, de k -nál kevesebb élű már nem?) (ZH, 2016. március 24.)

4. Egy G gráf pontjai legyenek egy kocka csúcsai; két csúcs akkor legyen szomszédos, ha a kockában él mentén szomszédosak. A jobbra látható két gráf közül melyik (melyek) izomorf(ak) G -vel?



5. Rajzoljuk le az összes olyan, páronként nem izomorf, egyszerű gráfot, melyre
 - a) $n = 4, e = 5$
 - b) $n = 5, e = 3$
 - c) $n = 5, e = 7$
 - d) $n = 5, e = 8$
 ahol n jelöli a pontok számát, e az élek számát.

6. Létezik-e olyan 4, 5, illetve 6 csúcsú egyszerű gráf, amely izomorf a saját komplementerével?
7. A G gráf pontjai legyenek az $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmaz 2 elemű részhalmazai; két csúcs akkor legyen szomszédos, ha a megfelelő részhalmazok diszjunktak. Az alábbi gráfok közül melyik (melyek) izomorf(ak) G -vel?



8. Rajzoljuk fel az összes, legfölbbebb 5 csúcsú fát. (Az izomorfakat csak egyszer.)
9. Van-e olyan fa, amelyben a pontok foka rendre
 - a) 1,1,1,1,3,4;
 - b) 1,1,1,1,2,3,3,4?
10. a) Egy fában minden pont foka 1, 2 vagy 3. Hány 1 fokú pontja van, ha a 3 fokúak száma 5?
 b) Rajzoljunk két olyan, a feltételeknek megfelelő fát, amelyekben a 2 fokú pontok száma különböző.
11. a) Egy fában csak két különböző fokszám fordul elő: az egyik fajta 9-szer, a másik 92-szer. Mi a szóban forgó két fokszám? (ZH, 2010. november 25.)
 b) Rajzoljunk le (vázlatosan) egy, a feltételeknek megfelelő fát.
12. Határozzuk meg az összes olyan (legalább két csúcsú) fát, amely izomorf a saját komplementerével. (Az egymással izomorf megoldásokat tekintsük azonosnak.) (ZH, 2008. december 2.)
13. Egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n}{2}$. Következik-e ebből, hogy a gráf összefüggő?
14. Bizonyítsuk be, hogy egy egyszerű gráf és a komplementere közül legalább az egyik mindig összefüggő.
15. Egy 100 csúcsú egyszerű gráfban minden pont foka legalább 33. Mutassuk meg, hogy a gráfhoz hozzá lehet venni egyetlen új élel úgy, hogy a kapott gráf összefüggő legyen. (ZH, 2006. december 7.)
16. A 20 csúcsú G egyszerű gráfban 10 csúcs foka legfölbbebb 7, a maradék 10 csúcs foka pedig legalább 16. Hány éle van G -nek? (ZH, 2015. március 19.)
17. Egy 100 csúcsú összefüggő, egyszerű gráfnak 102 éle van. Mutassuk meg, hogy ekkor van a gráfban 3 páronként különböző kör. (Két kör akkor különböző, ha nem pontosan ugyanazon éleket alkotják.) (ZH, 2017. március 16.)
18. Egy 100 csúcsú összefüggő, egyszerű gráfnak 100 éle van. Mutassuk meg, hogy ekkor van a gráfban 3 páronként különböző feszítőfa. (Két feszítőfa akkor különböző, ha nem pontosan ugyanazon éleket alkotják.) (ZH, 2017. május 8.)