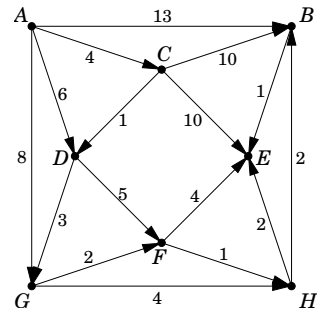


1. a) Hajtsuk végre a jobb oldalon látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását az A , illetve a G csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

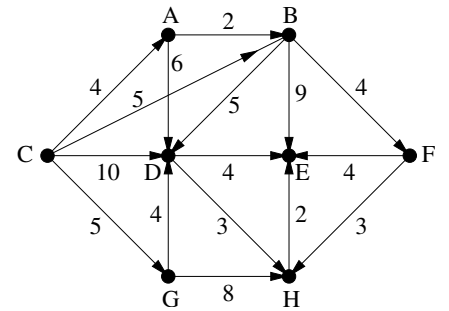
c) Számítsuk ki az A csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leg-hosszabb utak hosszát.



2. a) Hajtsuk végre a jobb oldalon látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását a C , illetve a G csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

c) Számítsuk ki a C csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leg-hosszabb utak hosszát.

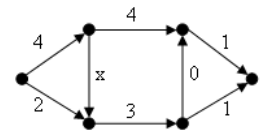


3. A 6 pontú G irányítatlan, összefüggő gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w . A gráf egy mélységi bejárásánál a mélységi, illetve a befejezési számok a következők: $x: 1,6; y: 2,4; z: 6,5; u: 3,3; v: 4,1; w: 5,2$.

a) Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélységi feszítőfa éleit.

b) Rekonstruálható-e G a megadott mélységi és befejezési számok ismeretében?

4. Határozzuk meg a jobb oldali ábrán a forrásból a nyelőbe vezető leghosszabb uta(ka)t az x nemnegatív valós szám függvényében.



5. Mutassuk meg, hogy minden hurokmentes irányított gráf élhalmaza felbontható két olyan részre, melyek (az eredeti gráf csúcsain) aciklikus irányított gráfot határoznak meg.

6. Legyen G egy irányítatlan, összefüggő gráf. Igaz-e, hogy

- G minden f éléhez van G -nek olyan mélységi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben f faél?
- G minden f éléhez van G -nek olyan szélességi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben f faél?
- G minden F feszítőfájához van G -nek olyan mélységi bejárása, amelyben F minden éle faél?
- G minden F feszítőfájához van G -nek olyan szélességi bejárása, amelyben F minden éle faél?

7. Legyen G egy irányítatlan, összefüggő, 10 csúcsú, 10 élű gráf. Igaz-e, hogy bármely feszítőfája előáll G egy (alkalmas csúcsból indított mélységi kereséshez tartozó) mélységi feszítőfajaként?

8. Adjunk meg négy különböző (páronként nem izomorf) 6 csúcsú irányítatlan, egyszerű gráfot, melynek minden mélységi feszítőfája út.

9. Adott egy $n \times n$ pixelből álló fekete-fehér kép. Szeretnénk a képen a bal felső saroktól a jobb alsó sarokig egy jobbra-lefelé haladó határvonalat húzni úgy, hogy a vonaltól jobbra-felfelé eső fekete, valamint a vonaltól balra-lefelé eső fehér pixelek számának összege a lehető legkisebb legyen. (A vonal mindenütt a pixelek között fut.) Adjunk a feladatra legfeljebb n^2 -tel arányos lépésszámú algoritmust.