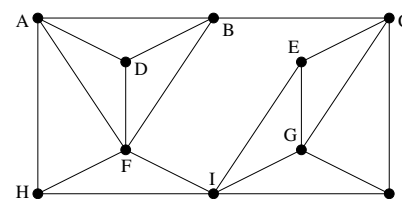


1. Egy hálózatban minden él kapacitása 2.

- a) Igaz-e mindig, hogy a maximális folyamérték páros egész?
- b) Igaz-e mindig, hogy létezik olyan maximális folyam, mely minden élen 0 vagy 2 értéket vesz fel?
- c) Igaz-e mindig, hogy minden maximális folyam minden élen 0 vagy 2 értéket vesz fel?

2. Maximálisan hány páronként éldiszjunkt, illetve pontdiszjunkt út adható meg az alábbi pontpárok között az ábrán látható gráfban?

- a) a) B és I b) b) A és J c) c) B és H



3. Milyen k értékekre igaz, hogy az ábrán látható gráf

- a) k -szorosan (pont)összefüggő;
- b) k -szorosan élösszefüggő?

4. A 15 pontú G gráf egy 4 pontú, egy 5 pontú és egy 6 pontú körből készült úgy, hogy az 5 pontú kör minden csúcsát összeköttöttük (egyetlen éllel) a másik két kör minden csúcsával. Legyen s a 4 pontú kör egyik csúcsa, t pedig a 6 pontú kör egyik csúcsa.

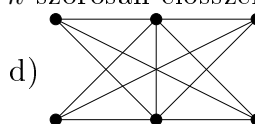
- a) Maximálisan hány páronként csúcsdiszjunkt út adható meg s és t között G -ben?
- b) Maximálisan hány páronként éldiszjunkt út adható meg s és t között G -ben? (ZH, 2012. április 19.)

5. Legyen G egy 100 csúcsú gráf és $x, y \in V(G)$ különböző csúcsok. Tudjuk, hogy bárhogyan választjuk G -ben az $u, v \in V(G)$ csúcsokat úgy, hogy azok x -től és y -től különbözzenek, G -ben van olyan út, amely x -ből y -ba vezet és nem tartalmazza sem u -t, sem v -t. Mutassuk meg, hogy ekkor x -ből y -ba vezet olyan út, amelynek hossza (éleinek száma) legfeljebb 33. (ZH, 2007. március 29.)

6. Legyen A és B a G gráf csúcsai halmazának két diszjunkt, egyenként legalább k elemű részhalmaza. Tegyük fel, hogy bárhogyan hagyunk el G -ből k -nál kevesebb pontot, a maradék gráfban van olyan út, amely A és B -beli pontokat köt össze. Bizonyítsuk be, hogy ekkor létezik G -ben k darab páronként (teljes egészében) pontdiszjunkt út úgy, hogy mindegyik A és B -beli pontokat köt össze.

7. Milyen k értékek esetén k -szorosán összefüggőek, illetve k -szorosán élösszefüggőek az alábbi gráfok?

- a) egy 100 pontú út;
- b) egy 100 pontú kör;
- c) a $K_{10,20}$ teljes páros gráf;



8. Legyenek A, B és C diszjunkt, r elemű halmazok (ahol $r \geq 1$ egész). Készítsünk egy G gráfot úgy, hogy a csúcsainak halmaza legyen $A \cup B \cup C$ és két csúcsot akkor kössünk össze éllel, ha A, B és C közül nem ugyanabba a halmazba esnek. (A G gráf tehát elképzelhető úgy is, mint ha három, „egymás mellé rajzolt” r csúcsú teljes gráfból álló gráf komplementerét vennénk.) Határozzuk meg azt a maximális k számot, amelyre a G gráf k -szorosán összefüggő. (ZH, 2003. április 30.)

9. Bizonyítsuk be, hogy minden háromszorosán összefüggő gráfban van páros hosszúságú kör.

10. Húzzunk be 3 élet két diszjunkt 5 csúcsú teljes gráf csúcsai közé úgy, hogy a kapott G gráf egyszerű legyen. Igaz-e, hogy G minden esetben

- a) háromszorosán összefüggő; b) háromszorosán élösszefüggő? (ZH, 2014. április 24.)

11. A G gráfnak létezik olyan csúcsa, melyből bármely más csúcsba vezet három páronként éldiszjunkt út. Mutassuk meg, hogy G bármely két csúcsa között van három páronként éldiszjunkt út. (ZH, 2012. május 15.)