

1. Egy fagyizóban 26 féle fagyit árulnak: **Ananász**, **Banán**, **Citrom**, ..., **Zöldalma**. Hányféleképpen adhat a kiszolgáló fagyit egy vendégnek, ha az alábbi kérései vannak (de minden mást a kiszolgálóra bíz)?

- Egy gombóc **A**-t, két-két gombóc **B**-t és **C**-t és négy gombóc **D**-t kér, mindezt egyetlen tölcsérbe.
- 5 gombócot kér tölcsérbe; azt az egyet köti ki, hogy ne 5 ugyanolyan gombócot kapjon.
- 5 tetszőleges gombócot kér tányérra, de legyen közte (legalább egy) **Répa**.
- 5 különböző fajta gombócot kér tölcsérbe, de legfelül és legalul ne legyen **Banán**.
- 5 különböző gombócot kér tányérra, de legyen közte **Körte** vagy **Pisztácia** (vagy mindkettő).
- Tetszőleges számú, de csupa különböző gombócot kér tányérra. (Ebbe akár az is belefér, hogy mind a 26 fajta fagyiból kap egy-egy gombócot, de még akár az is, hogy egy üres tányért kap.)

2. Margit néni szenvedélyesen ötöslottózik, minden héten 20 szelvényvel játszik. (Az ötöslottóban egy szelvényen 1 és 90 között 5 különböző számot kell beikszelni.) Hányféleképpen töltheti ki egy héten a szelvényeit

- ha arra azért vigyáz, hogy két szelvényt ne töltsön ki ugyanúgy;
- ha teljesen vaktában tölti ki a szelvényeket?

3. a) Egy számkombinációs zár 6 különböző, 1 és 30 közötti szám begépelésével nyitható ki. Tudjuk, hogy a kódban a számok növekvő sorrendben vannak. Hány próbálkozással lehet a zárat biztosan kinyitni (vagyis hány ilyen kód készíthető)?

- Hány próbálkozásra van szükség akkor, ha a számkombinációban a számok nem feltétlen különbözők?

4. Hány olyan 12 hosszúságú betűsorozat készíthető az angol abécé 26 betűjéből, amelyben pontosan 4 darab **X** és 3 darab **Y** betű szerepel? (ZH, 2015. március 19.)

5. Egy BME hallgató Neptun-kódja egy olyan, 6 karakterből álló sorozat, amelynek minden tagja az angol ábécé 26 betűjének egyike, vagy a 0, 1, ..., 9 számjegyek valamelyike. Hány olyan Neptun-kód létezik, ami legfeljebb két számjegyet tartalmaz? (ZH, 2016. március 24.)

6. Egy fagylyaltozóban 26 féle fagylyaltot árulnak. Egy vendég négy kehelynyi fagylyaltot rendel, mindet sajátmagának. Azt kéri a felszolgálótól, hogy mind a négy kehelyben három gombóc fagylyalt legyen és egy-egy kehelyben belül mindig csupa különböző fajta. Az nem zavarja, ha ugyanazt a fajta fagylyaltot különböző kehelyekben akár többször is megkapja, de azt határozottan kéri, hogy azért semelyik két kehely tartalma ne legyen teljesen azonos. Hányféleképpen szolgálhatják ki a vendéget? (A kehelyeken belül a gombócok sorrendje nyilván közömbös - és mivel mind a négy kehely ugyanaz a vendég kapja, ezért a kehelyek sorrendje sem számít. Azt viszont különböző esetnek tekintjük, ha ugyanazok a fajta fagylyaltok máshogyan vannak szétosztva a négy kehelyben.) (ZH, 2016. május 9.)

7. Kukutyinban a rendszámok hat karakterből állnak, minden karakter az angol ábécé 26 betűjének valamelyike vagy egy 0 és 9 közti számjegy. Három karakternek betűnek, háromnak pedig számnak kell lennie, ezen kívül az egyetlen kikötés, hogy ha három betű áll egymás mellett, akkor azok nem lehetnek egyformák (jó rendszám például 37AAG1, de nem jó ABCD85 és 35HHH2). Hányféle rendszám adható meg Kukutyinban? (ZH, 2017. március 16.)

8. Knoblauch úr elfelejtette a jelszavát és most szeretné kitalálni. A következőkre emlékszik:

- A jelszó 11 karakterből áll, amelyek mindegyike az A, B, C, D, E és F betűk valamelyike.
- A fenti hat betű közül az egyik 3-szor ismétlődik; három olyan betű van, ami kétszer ismétlődik, a többi kettő pedig csak egyszer szerepel a jelszóban.

(Ezek szerint Knoblauch úr jelszava lehet például DCABDFFEDBA.) Hány olyan jelszó készíthető, amely megfelel a fenti feltételeknek? (ZH, 2008. december 2.)

9. Adjuk meg az alábbi kifejezések értékét (két tizedesjegy pontossággal).

$$a) \log_2 \left[\binom{101}{0} + \binom{101}{1} + \binom{101}{2} + \dots + \binom{101}{50} \right] \quad (\text{ZH, 2010. november 25.})$$

$$b) \log_2 \left[1 \cdot \binom{32}{1} + 2 \cdot \binom{32}{2} + 3 \cdot \binom{32}{3} + \dots + 31 \cdot \binom{32}{31} + 32 \cdot \binom{32}{32} \right] \quad (\text{ZH, 2010. december 15.})$$

10. Írjuk le nagyon kevés tintával.

$$a) \binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \dots \pm \binom{n}{n} = \quad b) \binom{10}{0} \binom{90}{30} + \binom{10}{1} \binom{90}{29} + \dots + \binom{10}{10} \binom{90}{20} =$$